定角測定法による林分材積推定について

上　野　洋二郎*

1．はじめに

1948年，オーストリアのW. Bitterlichは“Die Winkelzählprobe”（定角測定法とよび，以下ＷＺＰと称す）という論文で，森林測定に関し画期的な方法を発表した。以来今日まで，この方面に関する研究は，主に日本，アメリカおよびヨーロッパ各国の研究者達によってうけつがれ，幾多の理論的研究や実際的研究が進展してきた。この方法の画期的な点は，従来の標本調査では面を抽出単位とするプロットサンプリング法しかなかったのに対し，林内に無作為に選んだ点から，一つの測定器械（シュピーゲルレラスコープ）を用いて単に立木をカウントすることのみによって，1 ha当りの胸高断面積合計を推定することができることである。しかもその方法は測定する際の作業の容易さと，その迅速性においてもプロットサンプリングよりはるかにすぐれている。

さて，このＷＺＰから得られるものは林分胸高断面積合計であったから，その後の研究の一つの方向は，この理論を基礎として直接的あるいは間接的に林分材積を推定しようとするものであった。間接的方法とは，林分形数や林分材積表あるいは形状断面積や形状高を補助手段として林分材積の査定をおこなうものである。一方，北村（1）や箕輪（2）は，直接的に定角測定という手段によって林分材積を推定する方法を追求し，その結果，北村は定視角法で，箕輪は定仰角法でそれぞれ林分材積を推定する方法を考えた。これらの方法は北村（1）が述べているように，ＷＺＰが2次元空間での定角測定法であるのに対し，3次元空間における定角測定法として位置づけることができる。この両法の特徴は，前述した補助手段を使わずに終始一つの測定器械のみで林分材積を直接推定しようというところにあり，その発想からして，従来の林分材積推定法と比較してまさに画期的方法であった。

しかしながら，この両法には測定の際，北村法では「一致高」を，箕輪法では「切断高」を測定しなければならず，その作業は必ずしも容易でない点に問題があった。筆者はこの両法に刺激を受け，上述のような作業なしにｈａ当りの林分材積を直接推定する方法がないものかを模索してきた。その結果，筆者は従来のＷＺＰに関するサンプリング理論を直接3次元空間におきかえることに着目し，後述するように北村（1）の考えた拡大樹幹を完全に包含する3次元標本空間を考え，そのなかに標本点設定することによって，各点のカウント数の標本平均からｈａ当りの林分材積を直接推定する方法を考案した。

2．本法（第1法）における推定理論とその精度

まず，次の6項目の仮定を設ける。

* 東京農工大学農学部

1）林分内の立木の幹軸は直線で，かつ直立している。

2）樹幹の横断面はすべて幹軸を中心とした円とする。

3）林面は水平とし，その面積Aは樹幹の底面をすべて含むような大きさである。

4）この林分内にN本の立木があるものとする。

5）図－1のように，林分面積Aにその林分中の最大樹高（h_{max}）と同じか，またはそれより高いHなる高さ（$H \geqq h_{max}$）をもつ3次元標本空間Mを設定する。（$M = A \cdot H$）

6）この標本空間内に拡大樹幹Vを想定する。林分中の各々の拡大樹幹領域は，すべて標本空間Mなる領域に包含されるものとする。

このような条件のもとで，この標本空間M内にランダムにn個の点を配置した時，ある点がある立木jの拡大樹幹V_jの中に入れば1，さもなければ0をとる離散型確率変数λ_jを考える。そうするとλ_jのとりうる値の確率と期待値は次のようになる。すなわち，

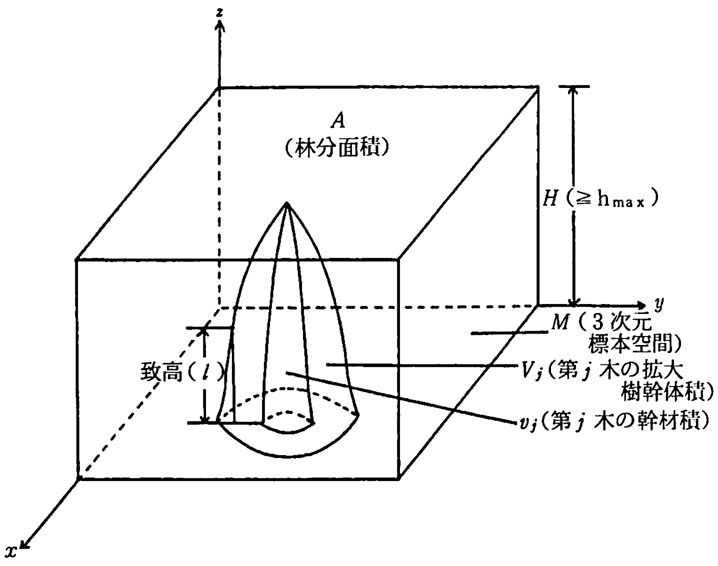
$$P_r\{\lambda_j = 1\} = \frac{V_j}{M} \qquad P_r\{\lambda_j = 0\} = 1 - \frac{V_j}{M}$$

$$E(\lambda_j) = \frac{V_j}{M}$$

となる。ところで，林面上にはN本の立木があるから，

$$E\left(\sum_{j=1}^{N} \lambda_j\right) = \sum_{j=1}^{N} V_j / M = \sum_{j=1}^{N} V_j / AH$$

$$\therefore \quad AH \cdot E\left(\sum_{j=1}^{N} \lambda_j\right) = \sum_{j=1}^{N} V_j \qquad \cdots\cdots (1)$$



図－1　3次元標本空間と拡大樹幹

今，j立木の幹材積をv_jとすると，V_jは各地上高における直径の倍率をPとした時，拡大樹幹そのものの定義によって

$$V_j = P^2 v_j \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

と表わされる。故に，（2）式を（1）式に代入して整理すると次式が得られる。

$$\frac{AH}{P^2} E\left(\sum_{j=1}^{N} \lambda_j\right) = \sum_{j=1}^{N} v_j \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (3)$$

（3）式からわかるように，$A \cdot H \cdot \sum_{j=1}^{N} \lambda_j / P^2$は面積Aなる林地の林分材積の不偏推定量となる。

ここで$A = 100^2 m^2$，断面積定数kを$100^2 / P^2$とすれば，（3）式は

$$k \cdot H \cdot E\left(\sum_{j=1}^{N} \lambda_j\right) = \sum_{j=1}^{N} v_j$$

となり，上で定義された3次元標本空間の任意の標本点において，周囲の立木の拡大樹幹をカウントしたとき，その合計した本数にHとkをかけたものがha当りの林分材積の不偏推定量となるのである。

このような考え方に立ってこの推定法におけるha当林分材積推定量yとその母分散$V_{ar}(y)$を示せば（4），（5）式の通りとなる。

$$y = kH \sum_{j=1}^{N} \lambda_j \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4)$$

$$V_{ar}(y) = \frac{k^2 H}{100^2} \left\{ \sum_{j=1}^{N} V_j + 2 \sum_i \sum_j V_{ij} - \frac{\left(100 \sum_{j=1}^{N} v_j\right)^2}{k^2 H} \right\} \quad \cdots\cdots \quad (5)\ (i < j)$$

ただし　V_{ij}：立木iと立木jのそれぞれの拡大樹幹の重複部分

（4）式よりyを現実に推定する場合は，まず林面上に任意な標本点を抽出し，乱数表によってH以下の範囲内で乱数値Rを出しておく。次に，その標本点よりシュピーゲルレラスコープによって周囲木の一致点を見つけ，その高さ（一致高）とRを比較する。Rが一致高よりも小さければカウントし，さもなければカウントしないといったやり方でカウント数の合計を求め，その値にkとHを乗ずればyが求まるのである。yの母分散については（5）式からわかるように主にKとHによって左右され，精度を高めるには，Hは林分中の最大樹高h_{max}と同じ高さに設定すること，kについてはなるべく小さくとる方が良いことがわかった。このことについてはミシューレションおよび実際の林地での検証を通じて明らかにされた。この方法の特色とするところは，2次元空間（林面）上におけるビッターリッヒ法そのものを3次元空間に拡張したものとして理解でき，ビッターリッヒ法が点でha当り胸高断面積合計を測ったものと考えれば，この方法はまさに点で一挙にha当林分材積を測ったものとしてとらえることができる。ところで，この方法の精度が同じ林分材積を推定する一致高和法と比べてどの位であるかを考察することは重要なことである。北村は一致高和法の変動係C_Lとビッターリッヒ法の変動係C_Bとの間に$C_L^2 = 4/3 \cdot C_B^2$なる近似式を見い出した。本研究では本法の変動係数

C_yとビッターリッヒ法の変動係数C_Bとには $C_y^2=\frac{H}{F\overline{h}}\cdot C_B^2$ （F：林分形数，$\overline{h}$：林分平均樹高，H：前述のものと同じ）なる関係があることを近似的に導いた。この近似式にシミュレーションで利用した林分の値（たゞしFは0.5とした）を入れて計算すると，$C_y^2=2.92C_B^2$となり，一致高和法に対して約2倍精度がおちることがわかった。しかしながらこの近似式は立木のランダムな配置のもとにして理論的に誘導されたものであるので，実際の林分で行なわれるサンプリングの結果としての精度がこの近似式で十分表わせるか否かをシミュレーションを通じて行った。その結果，現実値はこの近似値よりかなり高い値が得られ，十分にこの式で表わすことはできなかった。このことは，いずれにしてもこの方法が一致高和法よりも精度的にかなり落ちることを示していると考えることができる。

3．第2法における推定式とその精度

そこで，第1法の精度をさらに高めるために，今度は一致高をもつ立木に対してだけ独立に乱数を発生させることによってha当りの林分材積を推定する方法をあらたに考えた。この推定法によるha当林分材積推定量yとその母分散$V_{ar}(y)$は以下のように示される。

$$y=kH\sum_{j=1}^{N}\lambda_j \qquad \cdots\cdots (6)$$

$$V_{ar}(y)=\frac{k^2H}{100^2}\left\{\sum_{j=1}^{N}V_j+\sum\sum V_{jJ}-\frac{(100\cdot\sum_{j=1}^{N}v_j)^2}{k^2H}\right\} \qquad \cdots\cdots (7)\ (j<J)$$

ただし，k，H，V_j，V_{jJ}，v_j，λ_jは前述したものと同じ

（6）式における推定量yは（4）式のものとはまったく同じであり，実際のサンプリングでは前法と同じやり方で行えばよいが，ただ少し異なるのは標本点ごとの林面上における位置は固定しておいて，一致高をもつ周囲木それぞれに対してだけHより小なる乱数を独立に発生させてカウントするところにある。次にyの母分散については性質的に第1法のそれとほぼ似ており，精度を高める上では第1法で述べたことが同様にあてはまることがわかった。しかしながら，ここで重要なことはこの方法の母分散が第1法のそれにくらべ $\sum_j\sum_J V_{jJ}$ 分だけ減少しているという結果であり，このことはこの方法が精度面においてその分だけ良くなるということを示唆しているものと考えてよいであろう。以上のことはシミュレーションあるいは実際の林地での検証を通じて明らかにされ，この方法が相当有効な方法として考えることができた。

4．本法と一致高和法との関係

ところで，本法と一致高和法は同じ林分材積を推定する方法であるところから，何かそこにひとつの結び付き（統計的関係）が介在する可能性が十分あると考えられる。その関係を次に論じてみよう。

まず，筆者は先において面積Aなる林地の林分材積の推定式として次式を導いた。

$$\frac{AH}{P^2}\cdot E\left(\sum_{j=1}^{N}\lambda_j\right)=\sum_{j=1}^{N}v_j \qquad \cdots\cdots (8)$$

ただし，H，P，λ_j，v_j，Nは前述したものと同じ

一方，北村（1）はある立木 j の一致高 h_j の和，すなわち $\sum_{j=1}^{N} h_j$ の期待値E（$\sum_{j=1}^{N} h_j$）を次式として導いた。

$$E\left(\sum_{j=1}^{N} h_j\right) = \frac{P^2}{A}\sum_{j=1}^{N} v_j \quad \cdots\cdots (9)$$

ただし，P，v_j，Aは前述したものと同じ

（9）式を（8）式のような形にすると

$$\frac{A}{P^2} E\left(\sum_{j=1}^{N} h_j\right) = \sum_{j=1}^{N} v_j \quad \cdots\cdots (10)$$

ここで（8）式と（10）式を比較すると，まさに次の等式がなりたつ。

$$H E\left(\sum_{j=1}^{N} \lambda_j\right) = E\left(\sum_{j=1}^{N} h_j\right) \quad \cdots\cdots (11)$$

この等式は，筆者の方法と北村の一致高和法を関係づける重要なものであり，一致高 h_j という連続型確率変量の和の期待値を，λ_j という離散型確率変量の和の期待値にHをかけることによって求めることができるということを意味する。そしてそのことは，前述したようにHの中から一様乱数を発生させることによって始めて成立させることができる。このことから考えるに，本研究で提案した方法は一致高和の期待値を乱数を発生させることによって求めたことを意味しているのであり，別の言い方をするなら一致高和という集団をモンテカルロ法によって求めたことに他ならない。そして，結果的には一致高和の測定の煩雑さから解放されたものと考えることができよう。

5．実際のサンプリングにおける統計的処理と測定不能点による偏り

ところで，面積Aの林地にサンプルサイズ n 個を任意に抽出し，これらの方法で第 i 番目の標本点におけるha当り林分材積推定量 y_i を求め，その標本平均を $\overline{y}$ とし，$\overline{y}$ の標本分散 $S_{\overline{y}}^2$ を $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2/(n(n-1))$ とすると，これらの統計量は無限集団におけるサンプリング理論を応用すればそれぞれha当林分材積と $\overline{y}$ の母分散 $V_{ar}(\overline{y})$ の不偏推定量になることを理論的に見出した。このことからha当り林分材積 μ を実際に推定する場合は，林面上で任意に n 点を抽出し，その各点で y_i を求め，それらの値から $\overline{y}$ と $S_{\overline{y}}^2$ 求め，n がある程度大きい時（$n \geqq 30$）は（$\overline{y}-\mu$）／$S_{\overline{y}}$ はほぼ自由度 n－1 の t 分布をするものとみなしてさしつかえないから，μ に対する信頼区間は $\overline{y} \pm t S_{\overline{y}}$ として設定すればよいと考える。さて，前述したポイントサンプリングによる h a 当り林分材積推定法を現実の林分で行う場合，標本点が樹幹内に入った場合の測定不能なために生ずる偏りの問題があった。しかしながら，その偏りは林分材積値（真値）に対し $(P^2V^2-100^2HV)/\{P^2(100^2H-V)\}$（ただし，P，Hは前述したものと同じ，Vは林分材積値）分だけ負の偏りをもつことを理論的に示し，真値に対し過小推定にならざるを得ないことを見出した。そしてPを50倍にし，シミュレーションで利用した林分の値を代入することによって，その偏りは真値にたいして0.087%位であり，ほとんど

無視しうるほど小さいものであることがわかった。

引用文献

1）北村昌美：一致高和による林分材積の推定に関する理論的研究，山形大紀要 4 （4），365～403，1964

2）箕輪光博：上部直径にもとづく林分材積の推定，日林誌58（3），112～115，1976