

直径生長に対する間伐の影響について*

— MITSCHERLICHを用いた分析 —

山 本 博 一**

I. はじめに

長期的な林業の経営戦略を検討する上で、平均値と総量のみでは十分な情報とはいえない。これからの収穫表に要求されるのは、様々な森林施業に対応する柔軟性であり、林分の直径分布形に代表されるような多元的な情報である。すなわち、ある施業をした時に、将来その林分から何cmの直径階の林木がどれだけ生産されるか、末口何cmの丸太が何本生産されるかがわからなければ将来の需要に対応した森林施業はできないし、逆に新たな需要を喚起することも難しくなる。言葉をかえて云えば、自分達で生産している商品の平均値と総量だけしか知らないのでは、外材や木材に代替する他の製品に対抗して商売することはできない。

そこで、筆者はこれらのことを踏まえた上で、個々の林木の生長が間伐によってどのように影響を受けるか、単木レベルの間伐効果について分析した。さらに、林分レベルへの応用についても検討を加えた。

分析の対象としたのは、東京大学秩父演習林の間伐試験地の生長測定資料⁵⁾と樹幹解析資料⁴⁾である。秩父演習林にはスギ・ヒノキ・サワラ・カラマツの4つの樹種について、間伐区と無間伐比較区をもつ間伐試験地が11箇所あり、間伐後25年以上にわたって直径の生長測定が継続されている。また、樹幹解析資料は先の間伐試験地とは別の37～55年生のスギ・ヒノキの6つの林分から伐採された86本分の直径値からなっている。

II. 生長曲線の選択

まず、各林木の直径生長をなんらかの生長曲線を使って表現することにする。ここでは、一本一本の林木の直径生長をパラメーター l を1に固定したMITSCHERLICH式によって

$$D(t) = M(1 - e^{-kt}) \quad (2.1)$$

と表現することにする。その理由は、GOMPERTZやLogisticなどの他の代表的な直線と比較して、あてはめの正確度に大きな差異がなく、かつ、パラメーターが少なくしてシンプルな数式で表現することができるからである。

樹幹解析資料から幾本かの直径生長について定差図を描いてみると、幼齢期はともかくとして、間

* HIROKAZU YAMAHOTO : EFFECTS OF THINNING ON DIAMETER INCREMENT-ANALYSIS BY MITSCHERLICH EQUATION

** 東大農学部, FAC. OF AGRIC. UNIV. OF TOKYO

伐の必要となる林齢以上では定差図は直線が描いていることが認められた。

また、実際に単木ごとに25年生以上の直径生長にHITSCHERLICH式をあてはめたところ³⁾、正確度は非常に良く、スギ22本・ヒノキ21本の理論値と測定値との差の平均は、スギ0.151 cm、ヒノキ0.114 cmという、測定誤差の範囲内であるとみなすことのできるような小さな値であった。

このことから、間伐の必要となる林以上では、HITSCHERLICH式は単木の直径生長を表現するのに有効な手段であるということが出来る。

Ⅷ. HITSCHERLICH式のパラメータkと年生長率Pの関係

単木の年生長率PをHITSCHERLICH式によって表すと次のようになる。

$$P = \frac{D(t+1) - D(t)}{D(t)} = \frac{M(1 - e^{-k(t+1)})}{M(1 - e^{-kt})} - 1 = \frac{(1 - e^{-k})e^{-kt}}{(e^{kt} - 1)e^{-kt}} = \frac{1 - e^{-k}}{e^{kt} - 1} \quad (3.1)$$

Pとkとtの関係は、kが小さいほど生長率Pの値は大きくなり、生長率Pは年齢tの増加とともに小さくなる。また、年齢tにおける生長率Pは、パラメーターMの大きさに関わらず、kの大きさのみによって決まる。そこで、HITSCHERLICH式のパラメーターkを壮齢期における生長率の指標として、注目することにする。

図-1は、スギの間伐試験地の各林木の間伐後の直径生長にHITSCHERLICH式をあてはめたときのパラメーターkの頻度分布である。

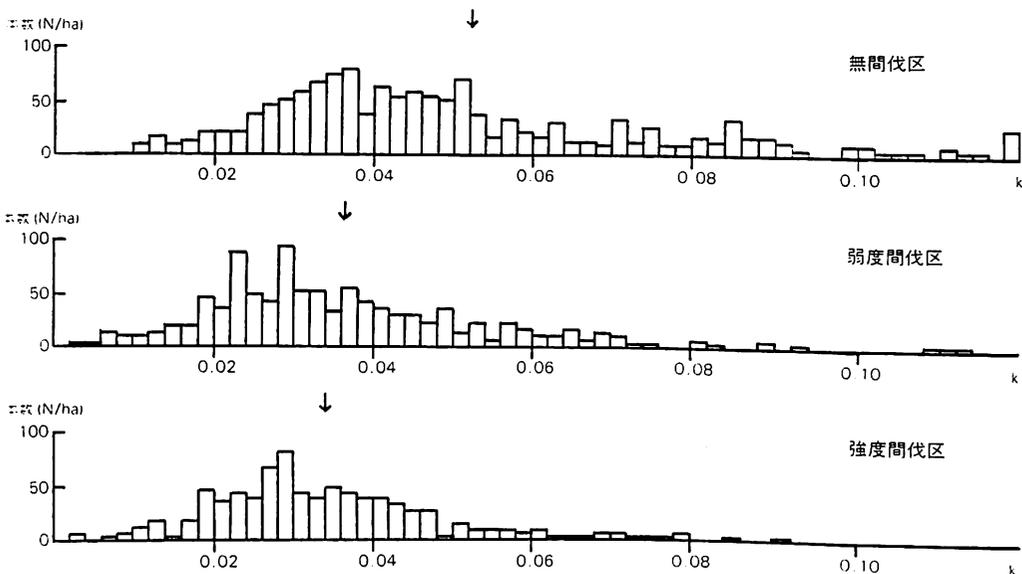


図-1 HITSCHERLICH式のパラメーターkの頻度分布

注) ↓は平均値の位置を示す

この図から、間伐無間伐区と比較してパラメーター k の分布が左の方に移動していることが分る。また、間伐の強度によって移動の程度も異なる。このことから、間伐によって各材木の直径生長が促進され、生長率 P の値が増加し、 k の値が増加し、 k の値が減少していると考えることができる。

IV. パラメーター k と M の関係

HITSCHERLICH式のパラメーター k は材木の生長率の指標として見る事ができたが、もう一方のパラメーター M は時間無限大における直径の極限值 $D(\infty)$ として考えることができる。そこで、両者の関係を見るために、間伐による成長促進効果によって k の値が小さくなる時、もう一方のパラメーター M どのように変化するかを考えてみる。

年齢 t と胸高直径 D の間に(2.1)式の関係があるときに、パラメーター M と k の間には

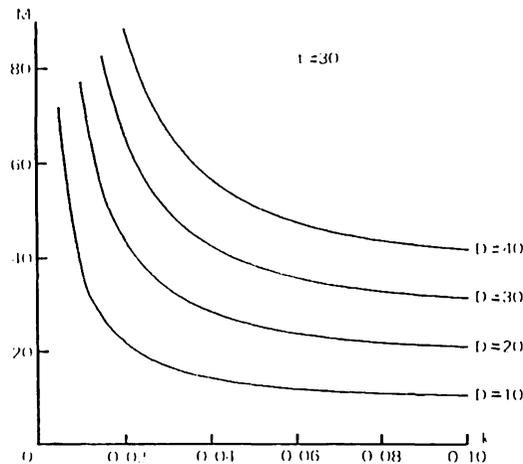
$$M = D(t) / (1 - e^{-kt}) \quad (4.1)$$


図-2 年齢 t と胸高直径 D を固定したときの
パラメーター M と k の関係

が成り立ち、図-2のような関係になる。したがって、ある年齢 t に胸高直径 D の材木では、生長曲線の係数 M と k の値が(4.1)式で現される曲線上で、 k の減少にともない M が増加することになる。このことを実際の間伐試験地の生長測定資料から確かめてみることにする。間伐試験地の林木のうち枯損していないものを対象に、直径生長をHITSCHERLICH式にあてはめ、単木ごとにパラメーター M と k を求めた。縦軸に M 、横軸に k をとって各林木の k と M の値をプロットしていくと図-3ようになる。ここでは○は間伐区、●は無間伐区の林木を表し、円の大きさが間伐時の直径の大きさを示している。これをみると、 k の値が大きい木は M の値が小さくなっている。これは生長率の低い木では生長極限值が小さいことを示している。また、間伐区の方が無間伐区よりも左上に多く分布していることがわかる。

次に、図-3から間伐時に20cmと30cmの直径階にあった林木だけを取り出したのが図-4である。これを見るとパラメーター M と k が、間伐時の年齢 t とそのときの直径 D によって(4.1)式で表現される

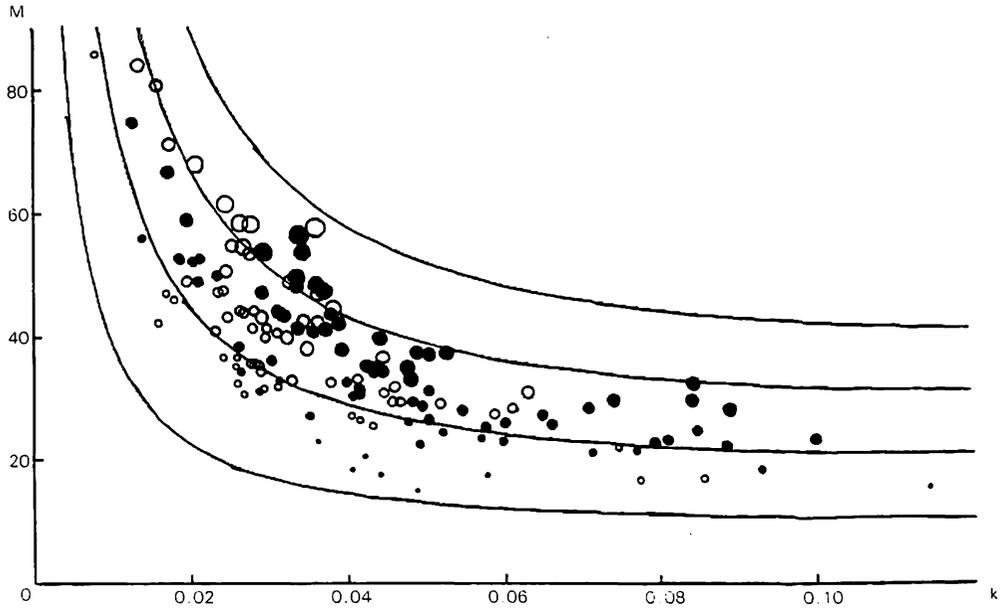


図-3 HITSCHERLICH式のパラメーターMとkの分布

○：間伐区， ●：無間伐区

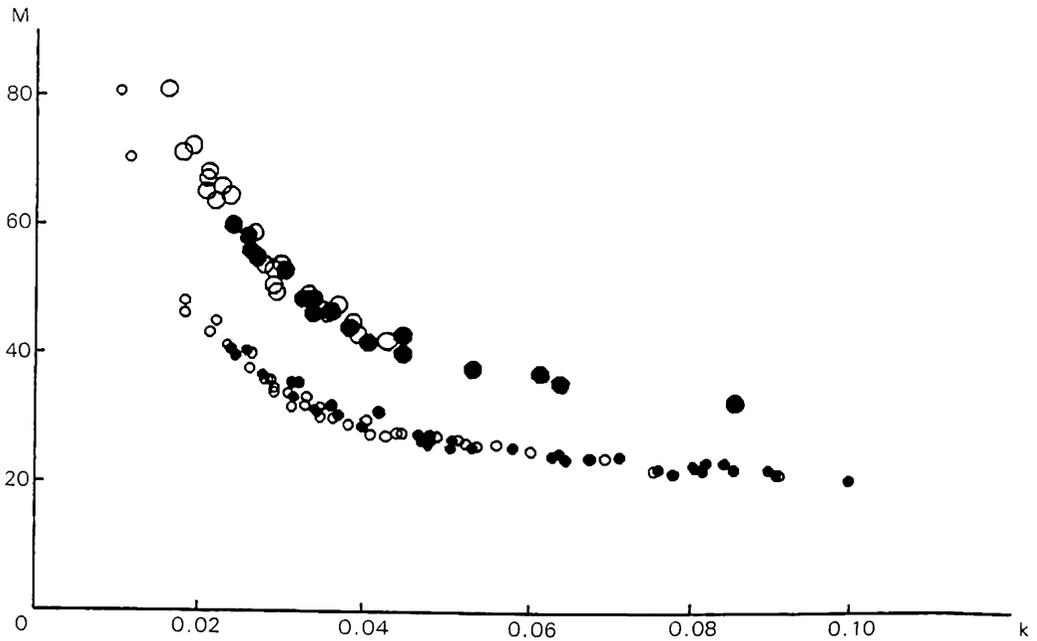


図-4 間伐時において胸高直径が20cmと30cmの直径階にあった林木のパラメーターMとkの分布

注) ○：間伐区， ●：無間伐区

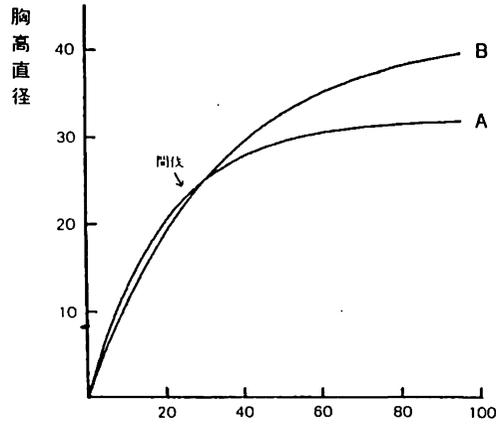


図-5 生長曲線の乗り換え現象

曲線上に分布していることがわかる。そして間伐区の○が無間伐区の●に比べて、相対的に左上方に分布していることもわかる。

このことから、間伐時と同じ直径階Dにあった林木の生長曲線式の係数 k と M の値が、間伐区では間伐による生長促進効果によって、(4.1)式の曲線上を右下から左上に移動しているといえることができる。

この k の変化を生長曲線上で表現すれば図-5のように年齢 t 、胸高直径 D 点における間伐の結果、生長曲線をAからBに乗り換えるものと考えることができる。⁶⁾

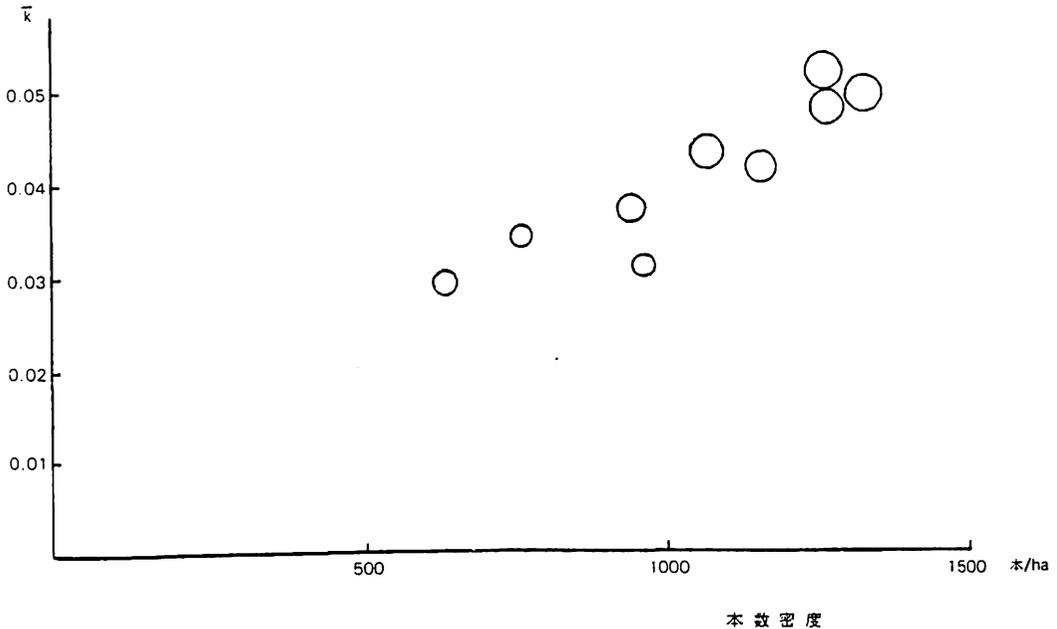


図-6 MITSCHERLICH式のパラメーター k の平均値と本数密度の関係

注) 円の大きさは k の分散の大きさを表わす

V. HITSCHERLICH式のパラメーターkと本数密度の関係

ここでは、HITSCHERLICH式のパラメーターkの値を、定量的に求めることを検討する。図-1で見たように間伐の強度によって、パラメーターkの変化の程度が変わる。そして、強度な間伐を行うほどkの値は大きく減少する。このことは図-6から一層明らかである。

そこで、このkの減少を定量的に把握することを試みる。各林木はそれぞれ固有の生長曲線をもっており、年齢tと曲線Dの間には、

$$\begin{aligned} D_1 &= M_1 (1 - e^{-k_1 t}) \\ D_2 &= M_2 (1 - e^{-k_2 t}) \\ D_3 &= M_3 (1 - e^{-k_3 t}) \end{aligned} \quad (5.1)$$

なる関係が成立する。

ここでは、林分の平均直径の生長についてもHITSCHERLICH式

$$\bar{D} = \bar{M} (1 - e^{-\bar{k}t}) \quad (5.2)$$

が成立している。そして、各林木のkの値は、間伐時におけるDの大きさにかわらず、 \bar{k} のまわりに一様に分散しているものとし、 k_1, k_2, k_3, \dots を \bar{k} によって代表することにする。(前提条件1)

$$\begin{aligned} \text{すると、} D_1 &= M_1 (1 - e^{-\bar{k}t}) \\ D_2 &= M_2 (1 - e^{-\bar{k}t}) \\ D_3 &= M_3 (1 - e^{-\bar{k}t}) \quad \dots \dots \text{とすることができ、} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{D} &= \frac{1}{n} \sum D_i = \frac{1}{n} \sum M_i (1 - e^{-\bar{k}t}) \\ &= \bar{M} (1 - e^{-\bar{k}t}) \end{aligned} \quad (5.3)$$

という林分の平均直径の生長式を導くことができる。

このとき、林分レベルにおいても

$$\bar{V} = \bar{D} / (1 - e^{-\bar{k}t}) \quad (5.4)$$

の関係が成り立つ。

次に、ha当りの胸高断面積合計Gについて最終収量一定法則を適用する。この考え方はPIENAAR²⁾や伊藤・大霧¹⁾によって提案されているもので、

$$G = A [1 - \exp\{-k(t - t_0)\}] : 1/(1-m) \quad (5.5)$$

として、時間無限大における最終的な胸高断面積合計Aは植栽密度にかかわらず一定であり、途中で間伐を行っても、kを変化させてそれぞれの立木密度に固有な胸高断面積生長曲線に乗り換えて、最終的には一定な胸高断面積合計Aに到達するという考え方である。

筆者はどの林分も最終的には一定な胸高断面積合計Aに到達するという前提を設けて、間伐後の林分の状態を推定することを試みた。(前提条件2)

その考え方は、図-7に示した。まず間伐前の林分の状態がそのまま継続するものとして、最終的な断面積合計Aを求める。次に、最終的な胸高断面積合計Aから間伐後の林分の状態をつなぐために

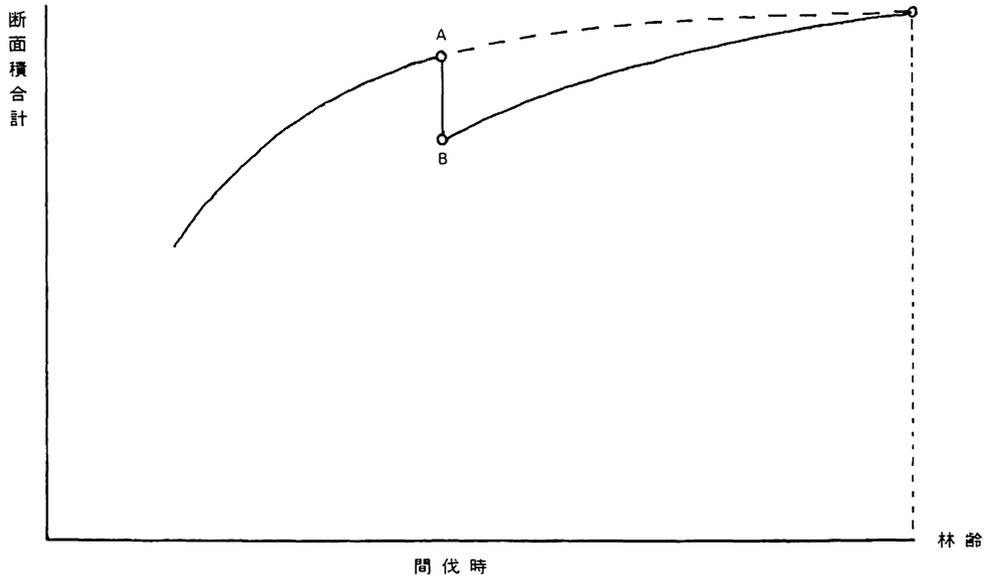


図-7 最終収量一定法則の考え方

は、各林木の生長曲線のパラメータ k がどのような値をとればよいかを求めるものである。

いま、間伐前の林分の状態をA、間伐後の林分の状態をBという添え字によって表現することにする。

まず、間伐前後の立木本数 n_A 、 n_B はその後一定であるものとする。

(前提条件3)

すると、間伐前の林分の胸高断面積合計の到達する最終収量は、

$$G_A = \sum_{i=1}^{n_A} D_i(\infty)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = \sum_{i=1}^{n_A} \left\{ M_{Ai}(1 - e^{-k_A \infty}) \right\}^2 \cdot \frac{\pi}{4} = n_A \bar{M}_A^2 (1 + CV_A^2) \cdot \frac{\pi}{4} \quad (5.6)$$

となる。一方、間伐後の林分の胸高断面積合計の到達する最終収量は、

$$G_B = n_B \bar{M}_B^2 (1 + CV_B^2) \cdot \frac{\pi}{4} \quad (5.7)$$

となる。ここで、両林分の M の分布の変動係数 CV_A 、 CV_B は等しいものとする。(前提条件4)

$G_A = G_B = \text{const}$ の前提条件1から $n_A \cdot \bar{M}_A^2 = n_B \bar{M}_B^2$ となり、

$$\bar{M}_B = \frac{n_A}{n_B} \cdot \bar{M}_A \quad (5.8)$$

となる。間伐林齢 t における、間伐前の林分の平均直径を \bar{D}_A 、間伐後の林分の平均直径を \bar{D}_B とし、

(5.4)式の

$$\bar{M} = \frac{\bar{D}}{1 - e^{-kt}} \quad \text{の関係を代入すると、}$$

$$\frac{\bar{D}_B}{1 - e^{-k_B t}} = \frac{n_A}{n_B} \cdot \frac{\bar{D}_A}{1 - e^{-kt}} \quad (5.9)$$

となり、ここから、 k と本数密度との関係を求めると、

$$1 - e^{-k_B t} = (1 - e^{-k_A t}) \cdot \frac{n_B}{n_A} \cdot \frac{D_B}{\bar{D}_A} \quad (5.10)$$

$$e^{-k_B t} = 1 - (1 - e^{-k_A t}) \cdot \frac{n_B}{n_A} \cdot \frac{D_B}{\bar{D}_A} \quad (5.11)$$

となり、対数をとると、

$$\bar{k}_B = -\frac{1}{t} \cdot \ln \left\{ 1 - (1 - e^{-k_A t}) \cdot \frac{n_B}{n_A} \cdot \frac{D_B}{\bar{D}_A} \right\} \quad (5.12)$$

となる。

このようにして、間伐後における林分の平均直径生長曲線のパラメーター \bar{k}_B を間伐前のパラメーター k_A 、間伐前後の立木本数 n_A 、 n_B 、平均直径 D_A 、 D_B 、および間伐林齢 t によって表すことができる。そして、この間伐前後の k_A と k_B の差を林分の平均直径生長に対する間伐効果として取り扱うことにする。

ここで、これまでに設定した4つの前提条件についての吟味を行う。まず、各林木の k の値は、間伐時における D の大きさにかかわらず、 \bar{k} のまわりに一様に分散しているものとする前提条件1について、スギの現実林分のパラメーター k の値と D の大きさとの間の相関係数を調べた。その結果、強度間伐区-0.22、弱度間伐区-0.36という値で相関係数は認められなかった。次に、どの林分も最終的には一定な胸高断面積合計に到達するという前提条件2については、時間無限大の時点であるので現実林分の資料から確かめることはできない。逆に、このモデルによるパラメーターの確定値が現実林分の数値に一致すれば、この前提条件を裏付けることになると考えられる。ただし、林分うっ閉状態を破るような強度間伐に対しては、最終収量一定法則は成立しない。間伐後の立木本数がその後一定であるものとする前提条件3は、枯死の問題をどのように処理するかの方針による。ここでは枯死した林木についても断面積合計にカウントするものとして、前提条件3を定める。また、現実の問題として間伐林分においては枯損の発生はごく僅かである。最後の各林分の M の分布の変動係数は等

しいものとする前提条件4は現実林分の資料から確認できる。スギの現実林分の変動係数を調べた結果、強度間伐区0.345，無間伐区0.374 という値で大きな差はなかった。

VI. 間伐後の直径分布の変化

林分の平均直径生長曲線のパラメーター \bar{k} の変化と、個々の林木のパラメーター $\bar{k}_1, \bar{k}_2, \bar{k}_3, \dots$ の変化の関係について検討する。

ここで、単木のパラメーター k の平均値を \bar{k}_s 表すことにする。

すると、 \bar{k}_s と k は

$$\bar{k}_s = \frac{1}{n} \sum k_i = \frac{1}{n_i} \sum \ln \left(1 - \frac{D_i}{M_i} \right) \quad (6.1)$$

$$\bar{k} = \frac{1}{t} \ln \left(1 - \frac{\bar{D}}{\bar{M}} \right) \quad (6.2)$$

と表すことができ、 \bar{k} と \bar{k}_s の比 K は

$$K = \frac{\bar{k}_s}{\bar{k}} = \frac{\sum \ln \left(1 - \frac{D_i}{M_i} \right)}{n \cdot \ln \left(1 - \frac{\bar{D}}{\bar{M}} \right)} \quad (6.3)$$

となる。各間伐試験地について調べたところ、この K の値は各材木の k の変動係数の小さい間伐林分の方が小さい値を取ることがわかった。しかし、その差は小さく、 K はおおむね1.10~1.20の範囲内にあった。

このように、直径生長曲線のパラメーター k の間伐による変化を定量的に表すことができるならば、一つの林分を n 本の直径生長曲線の集まりと考えて、各林木の直径分布の状態を表現することができる。そこで、秩父演習林の間伐試験地の生長測定資料を使って、直径分布の状態を推定した。(表-1) 間伐後の直径分布をもとに、平均直径生長曲線のパラメーター k の間伐による変化を(5.12)式から

表--1 直径分布の推定結果

	平均直径(cm)		変動係数(%)		断面積合計(m ²)	
	測定値	理論値	測定値	理論値	測定値	理論値
スギ(25年後)						
強度間伐区	31.95	31.22	24.3	21.6	69.80	65.88
弱度間伐区	32.26	31.71	23.1	19.1	88.76	84.40
ヒノキ(24年後)						
強度間伐区	27.19	26.08	20.8	18.2	71.27	64.95
弱度間伐区	24.58	24.26	20.4	17.6	72.91	70.31
サワラ(24年後)						
強度間伐区	27.10	26.51	21.1	17.6	65.13	61.51
弱度間伐区	23.77	23.13	21.7	17.7	74.38	69.38
カラマツ(24年後)						
強度間伐区	23.59	26.25	19.1	14.0	33.83	41.22
弱度間伐区	21.44	23.80	18.7	12.2	34.97	42.28

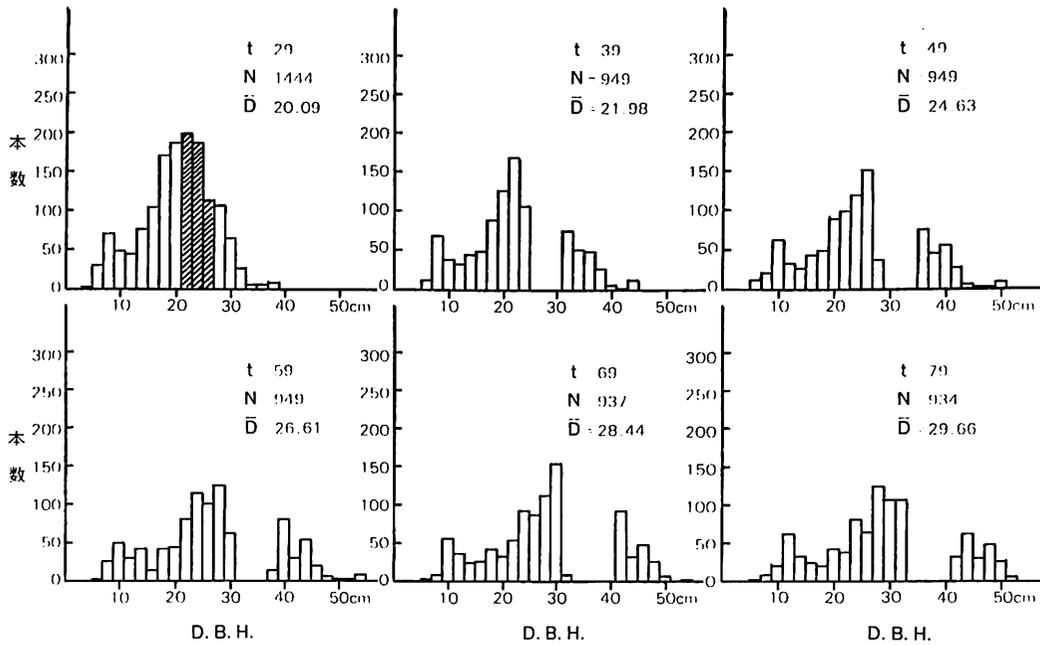


図-8 間伐後の直径分布の変化

注) □部分を間伐, t: 林年, N: ha当り本数, \bar{D} : 平均直径
 求め, Kの値を1.15として \bar{K}_g を定めた。そして, 各林木が均一にパラメーター K_g を持つものとして, 対応する林齢における直径分布を求めた。平均値ではよく適合しているが, 分散はやや小さな値になる。これは, パラメーターKの分散を取り入れていないためと思われる。

こうして, 一つの林分を一本一本の立木の生長曲線の集まりとしてとらえると, 様々な間伐方法に対応して, 間伐後の直径分布の変化をすることが可能になる。例えば, 特定の用途に使用するため一定の直径帯だけを抜きぎりするような施業に対しても, 間伐後の直径分布の変化を表現することが可能になる。(図-8)

理想的には, 間伐前の一本一本の立木の生長曲線のパラメーターが分かっている。間伐による立木本数と平均直径の変化からパラメーターの差を個々の林木の直径生長に対する間伐効果として取り扱うことが望ましいが, 現実には一本一本の林木のパラメーターを把握することは困難である。そこで, 事前の林分調査あるいは幾本かの標準木の胸高断面から林分の平均直径パラメーター \bar{K} を求めておき, \bar{K} の変化を(5.12)式によって求めることができる。さらに, パラメーターKに適切な分散を与えれば, 間伐後の現実的な直径分布の変化を表現することができる。

Ⅶ. まとめ

以上述べてきたように, 間伐を行うような林齢帯では, 一本一本の材木の直径生長を表現するのに, HITSHERLICH 式が有効であるといえる。そして, 間伐によって個々の林木のパラメーターKの値が変

化して生長曲線を乗り換えていることがわかる。また、最終収量一定法則が成立するという前提のもとで、HITSCHERLICH式のパラメーターの平均値 k と本数密度の関係式を導くことができた。さらに、一つの林分を一本一本の立木の生長曲線の集まりとしてとらえることによって、様々な間伐方法に対応して、間伐後の直径分布の変化をきめ細かく表現することができた。現実林分布に当てはめたところ、スギ・サワラ林分では比較的良好な結果を得たが、ヒノキ・カラマツ林分では推定値と現実の値との間に大きな隔たりのある林分があった。これはこれらの林分において前提条件2が成り立たなかったことが原因であると考えられる。

参考文献

- (1) ITO, T & OSUHI, S. : An analysis of the basal area growth in even aged purestands based on the RICHARDS growth function. J. Jap. For Soc. 66:99-108, 1984
- (2) PIENAAR, L. V. & TURNBULL, K. J. : The CHAPMAN-RICHARDS generalization of V on BERTALANFFY'S GROWTH model for basal area growth and yield even-aged stands. For. Sci. 19: 2-22, 1973
- (3) 田中和博: 生長曲線のあてはめ (測樹学実習プログラムNo.4), J. Jap. For. 1(4)7-14, 1983
- (4) 東京大学農学部附属演習林秩父演習林・東京大学農学部林学科森林経理学研究室・秩父演習林における樹幹解析資料。演習林(東大)25に投稿中
- (5) 山本博一・伊藤幸也・大畑茂・佐々木和男・大村和也: 秩父演習林における間伐試験地直径生長資料。演習林(東大)25に投稿中
- (6) 山本博一・佐々木和夫・大村和也: 樹種と本数密度の異なる間伐試験地における間伐校歌の比較—スギ・ヒノキ。サワラ・カラマツ間の生長比較—, 97回日林論: 711-714, 1986