C方式による減反率計算の一例

名大農　田中和博

Ⅰ　はじめに

現在，一般に行われている減反率の推定法は，χ^2 分布表を利用する方法である。これは齢級別伐採面積から求めた平均伐採齢と伐採齢分散を用いて，減反曲線を推定するものである。（2，3）。ところで，この方法は，毎分期の植栽面積が著しく異なる場合には用いる事ができないから，そのような場合には，齢級別伐採面積の代わりとして，齢級別伐採面積率を用いることが考えられる。しかし，伐採面積率を採用した場合には，伐採統計の最高齢級での保存率が高い場合に，平均伐採齢が過小評価されてしまうから，伐採統計を時間打切り標本とみなすことが望ましい。筆者はこのような考え方に立脚した減反率推定法を censored sample の c をとって，C方式と名付けたが，その時の紙幅の関係上，このC方式の具体的な計算手順は，割愛せざるをえなかった（4）。この小論はこの推定法の計算手順の例を示したものである。

Ⅱ　伐採面積率の導入とその問題点

現在，一般に行われている減反率計算では，平均伐採齢と伐採齢分散を求めるのに，一分期間の齢級別伐採面積の値をそのまま用いている（2；3）。しかしながら，このように齢級別伐採面積をそのまま使って減反率計算が行えるのは，あくまでも毎分期の植栽面積がほぼ等しい場合，つまり広義の法正状態の時だけである。そして，現実には，過去数10年間の植栽面積が毎分期ほぼ等しい訳ではないから，上記の方法を使う訳にはいかない。

このことを，モデルの減反率を使って，具体的に見てみよう。表－1は毎分期の植栽面積が等しい場合，つまり換算面積が等しい場合の減反率と伐採面積の関係を表わしたモデルである。

表－2は毎分期の植栽面積が等しくない場合のモデルである。こうして見てみると，同じ減反率で

表－1　毎分期の植栽面積が等しい場合の減反率と伐採面積の関係のモデル例

齢級	5	6	7	8	9	10	11	12
換算面積（ha）	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
減反率（％）	5	10	15	20	20	15	10	5
伐採面積（ha）	50	100	150	200	200	150	100	50

表－2　毎分期の植栽面積が異なる場合の減反率と伐採面積の関係のモデル例

齢級	5	6	7	8	9	10	11	12
換算面積（ha）	2000	1500	1000	800	1200	900	700	800
減反率（％）	5	10	15	20	20	15	10	5
伐採面積（ha）	100	150	150	160	240	135	70	40

表—3　C方式による減反率計算の一例

愛知県ヒノキ人工林総計より

A 齢級	B 昭和41年度面積	C 昭和46年度面積	D 5年間の伐採面積 $B_i - C_{i+1}$	E 伐採面積率 $D_i / B_i \times 100$	F 進級面積率 $100 - E_i$	G 標本保存率 $G_{i-1} \times F_i$	H 標本減反率 $G_{i-1} - G_i$	V C方式の保存率	W C方式の減反率	X 46年度を基準にしたC方式の換算面積	Y 昭和51年度現実面積	Z C方式による51年度予想面積
	ha	ha	ha	%	%	%	%	%	%	ha	ha	ha
1	7549.63	7572.89	−78.45	—	100.00	100.00	0.00	100.0	0.0	7572.89	5129	—
2	6506.19	7628.08	76.91	1.18	98.82	98.82	1.18	100.0	0.0	7628.08	7151	7573
3	3437.86	6429.28	242.09	7.04	92.96	91.86	6.96	99.7	0.3	6448.63	7454	7605
4	2255.58	3195.77	40.65	1.80	98.20	90.21	1.65	98.4	1.3	3247.73	6367	6345
5	2528.69	2214.93	7.40	0.29	99.71	89.95	0.26	96.1	2.3	2304.82	3185	3121
6	3625.10	2521.29	259.98	7.17	92.83	83.50	6.45	91.9	4.2	2743.51	2152	2118
7	3167.35	3365.12	41.27	1.30	98.70	82.41	1.09	86.3	5.6	3899.33	2415	2368
8	4056.90	3126.08	531.26	13.10	86.90	71.61	10.80	79.2	7.1	3947.07	3133	3088
9	2272.45	3525.64	192.04	8.45	91.55	65.56	6.05	71.2	8.0	4951.74	2886	2810
10	2566.24	2080.41	486.69	18.97	81.03	53.12	12.44	62.8	8.4	3312.75	3427	3110
11	1491.11	2079.55	171.36	11.49	88.51	47.02	6.10	54.2	8.6	3836.81	1912	1796
12	1138.58	1319.75	190.51	16.73	83.27	39.15	7.87	46.3	7.9	2850.43	1855	1776
13	233.58	948.07	17.76	7.60	92.40	36.18	2.97	38.6	7.7	2456.14	1052	1100
14	204.80	215.82	29.85	14.58	85.42	30.90	5.28	31.7	6.9	680.82	988	779
15	242.41	382.02	35.34	14.58	85.42	26.39	4.51	26.0	5.7	1469.31	521	481

$t_0 = 15.0$,　$\bar{t} = 9.30$,　$s^2 = 11.79$,　$h = 0.26$,　$c = 0.36$,　$\lambda = 0.39391$,　$\mu = 11.55$,　$\sigma^2 = 24.59$,
$M = 0.47$,　$k = 5.43$,　自由度 = 11

あっても，換算面積が異なれば伐採面積も変わってくることに気付く。ここで，齢級別伐採面積だけを用いて，減反率を推定したとしたならば，表―1，表―2の減反率は全く違ったものとして推定されるであろう。

表―2のように毎分期の植栽面積が異なる場合は，減反率を推定する手段として，伐採面積率を用いる事が考えられる。すなわち，非伐採面積率（進級面積率）を齢級遷移確率とみなして，減反率を求めようとするものである。もちろん，この方法では，ある齢級での伐採量の大きな変動が，あとの齢級の保存率に影響を与えるという欠点があることはいなめない。

表―3は，現実の減反率計算の例であって，愛知県の森林資源構成表の中のヒノキ人工林資料を用いて，昭和41年度と46年度の齢級別面積から，減反率を推定したものである。表のD欄からH欄は，それぞれ，5年間の伐採面積 $D_i = B_i - C_{i+1}$，その伐採面積率 $E_i = (D_i / B_i) \times 100$，進級面積率 $F_i = 100 - E_i$，標本保存率 $G_i = G_{i-1} \times F_i$，標本減反率 $H_i = G_{i-1} - G_i$ を示している。なお，15齢級以上の伐採統計が15齢級にまとめて記載されているので，14齢級と15齢級の5年間の伐採面積は，14齢級と15齢級の伐採面積の合計を，41年度面積の割合で配分して求めた。

表―3の計算例では，H欄の標本減反率を用いて，減反率を推定しようとしている。推定方法は，通常行われているとおり，平均伐採齢とその分散を求めて，χ^2 分布表を引く方法を用いることにする。ところで，G欄の標本保存率は，15齢級になっても約26％もあり，このまま計算すれば，平均伐採齢が過小評価になる事が予想される。これを解決するには，最高齢級の標本保存率が，無視できるくらいに小さくなるまで，伐採統計の最高齢級をもっと引き上げればよい。しかしながら，表―3のG欄の傾向からすれば，最高齢級を20齢級に引き上げても，最高齢級の標本保存率が，まだ10％近くになりそうであり，また，現実の伐採統計は，15齢級以上を15齢級にまとめて記載している事が多いから，ここでは，15齢級までの伐採統計からだけで，なんとか平均伐採齢と伐採齢の分散を推定する事を考えてみよう。これは，現実の伐採統計を，次節で紹介する時間打切り標本としてとらえることにあたる。

Ⅲ　時間打切り標本ともとの分布が正規分布の場合の母数の推定法

大きさnの標本に対する標本値 t_i が

$$t_i \leqq \cdots\cdots \leqq t_m \leqq t_0 \leqq t_{m+1} \leqq \cdots\cdots \leqq t_n$$

であって，t_0 を超えないm個の測定値 t_1，t_2，……，t_m についてはデータが得られているが，t_{m+1}，t_{m+2}，……，t_n については，いずれも t_0 よりも大きいことだけしかわからないとき，これを時間打切り標本といい，t_0 を打切り時間という（*1*，*6*）。これは寿命分布のときによく起こるものである。

この標本のもとの分布が正規分布の場合，時間打切り標本から正規分布の母数を推定する方法の概略は以下のとおりである。

標本の平均と分散を，それぞれ $\overline{t}$，s^2 とすれば，母平均と母分散の推定値 μ と σ^2 は

$$\mu = \overline{t} + \lambda (t_0 - \overline{t}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\sigma^2 = s^2 + \lambda (t_0 - \bar{t})^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

で与えられる(*1*)。ここで，λは，

$$u_0 = (t_0 - \mu) / \sigma$$

$$Y = h \phi (u_0) / [(1 - h) \Phi (u_0)]$$

$$\lambda = Y / (Y - u_0)$$

によって定義される値である。なお，hは

$$h = (n - m) / n \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

であって，保存率を示している。実際にλの値を求めるには，さらに

$$c = s^2 / (t_0 - \bar{t})^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

を定義して，このcと保存率のhとを計算し，数表(*1*)を用いて，cとhに対応するλをひけばよい。

母数推定の計算を実行するには，$\bar{t}$，s^2，h，c，λ，μ，σ^2 の順に求めてゆけばよい。

Ⅳ 減反率計算への応用

減反率を，一種のΓ分布に従う待ち時間の問題と考えると，その減反曲線がχ^2 分布に従うことが知られている(*3*)。そして，一般にχ^2 分布は，その自由度が大きくなると，ほとんど正規分布とみなすことができる。そこで，減反率計算に用いられるχ^2 分布が，かなり正規分布に近いものとして，前節で紹介した『時間打切り標本からの正規分布の母数の推定方法』を用いることにする。

表－3のH欄の標本減反率を時間打切り標本とみなして減反率計算を行う。いま，打切り時間を15齢級とすれば，標本の平均と分散は，

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^{15} H_i \cdot A_i}{\sum_{i=1}^{15} H_i} = 9.3$$

$$s^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{15} H_i} \sum_{i=1}^{15} H_i \cdot A_i^2 - (\bar{t})^2$$

$$= 98.28 - 86.49 = 11.79$$

となる。保存率hは，表のG欄の15齢級の標本保存率からh＝0.26となり，cは(4)式から0.36

表—4　打切り標本からの正規分布の母数の推定表の抜粋

c＼h		0.25	0.30
⋮		⋮	⋮
0.35	………………	0.37379	0.46761
0.40	………………	0.38033	0.47546

統計数値表（日本規格協会1972）より引用

となる。ここで『打切り標本からの正規分布の母数の推定表』（*1*）を使って，hとcから，λを求める。表によれば，表—4のようであるから，λは0.39391となる。このλを，(1)式，(2)式に代入することによって，$\mu=11.55$，$\sigma^2=24.59$が求まる。

μとσ^2から，減反率を求めるのは，従来の方法と同じである。すなわち，

$$\mu = k / M$$

$$\sigma^2 = h / M^2$$

の関係式から，Mとkを求め，自由度2kのχ^2分布表を用いて減反曲線のグラフを書けばよい。

このように，標本減反率を時間打切り標本とみなして減反率を推定する方法を，censored sample のcをとってc方式と名付けた（*4*）。

V　おわりに

減反率法は，国家森林資源の予測に用いられているが，この予測が現実にあわないことがしばしば問題になった。そのひとつの原因としては，減反率の推定法に不備があると思われる。ここで紹介したC方式による方法は，ひとつの改良法であって，その中心は，現実の伐採統計を，時間打切り標本とみなして，平均伐採齢とその分散を推定するところにある。よって，そのあとの計算は従来のものとまったく同じである。減反率を推定する方法としては，このようなχ^2分布表を使う方法以外にも，たとえば，表—3のG欄でえられるような標本保存率に実験式を最小自乗法であてはめるというような方法も考えられよう。実際に減反率を推定するには，その地域の実情に即した方法を採用するのがよいと思われる。

もうひとつの原因としては，減反率そのものが急激に変化している時期があるということが考えられる。筆者は，愛知県の森林資源構成表をもとに，最近の伐採傾向を，スギ，ヒノキについて調べてみたが，その結果，昭和42年から53年の12年間に，16齢級の保存率が20％台から40％台へと約20％上昇しており，それに伴って，平均伐採齢が約2齢級（10年），伐採齢分散も約7（齢級）^{2}上昇していることが認められた（*5*）。このことは，伐採傾向と表裏一体の関係にある減反率が，大きく変化していることを示している。こうした傾向がそのまま続いてゆけば，やがては，過熟林が大量に出現することになると思われるから，この伐採傾向の変動は一時的なもので，やがて安定したものにならざるをえないことは明らかである。しかし，いつ安定したものになるのかは，今のと

ころははっきりつかめていない。したがって，このような減反率の変動を考慮にいれて減反率計算を行う必要がある場合もあるであろう。

本報をとりまとめるにあたり，ご懇篤なるご指導を賜わった名古屋大学農学部教授鈴木太七博士と同助教授梅村武夫博士に厚くお礼申し上げる。

引用文献

(*1*) 日本規格協会：統計数値表．表２４４，解説１３０，１９７２
(*2*) 森林計画研究会：森林計画の実務．４３２ｐｐ，地球社，東京，１９７７
(*3*) 鈴木太七：林業における確率過程論の応用（Ｉ）．日林誌**５４**，２３４～２４３，１９７２
(*4*) 田中和博：時間打切り標本からの減反率の推定について．９０回日林論，１２３～１２４，１９７９
(*5*) ────：愛知県における最近の伐採傾向について．２８回日林中支講，１８９～１９１，１９８０
(*6*) 依田　浩：信頼性理論入門．２４８ｐｐ，朝倉書店，東京，１９７２