

森林施業におけるワイブル分布の利用例

北海道林試 阿 部 信 行

1 はじめに

従来の森林施業では平均値レベルの情報量が多かった。例えば、収穫表、密度管理図共、平均直径の記載しかない。しかし、林業経営では平均値として表示される材を収穫するのではなく、生産目標にみあった材を収穫するわけである。従って、具体的な施業目標を立てる場合、径級別本数の予測はさげられないといえる。また、森林の動態を解析したり、資源を予測する場合も、径級別本数の情報があればきわめて便利である。

そこで、ワイブル分布を利用して、径級別本数を表示したトドマツ人工林の収穫表の作成例、およびその他の利用例並びにその問題点等を報告したい。

2 径級別本数の予測方針

径級別本数の予測方法はカラマツを対象に小林（1978）が開発した生長モデルによる方法、西沢ら（1977）の確率密度関数を用いる方法、鈴木（1979）の林分遷移の方程式を利用する方法、菊沢（1978）のY-N曲線の移動による方法等があげられる。径級別本数を予測する例として、例えば収穫表を考えてみると、現実林分は様々な環境要因及び過去の施業履歴を持つために、すべての林分に適合する収穫表をあらかじめ作成しておくことは不可能で、対象林分の条件により修正しなければならない。また、森林の動態を解析する場合を考慮しても、できるだけ容易に径級別本数を自ら算出できる方法が現場サイドからは強く望まれる。

西沢ら（1977）は確率密度関数としてワイブル分布を利用して、径級別本数を推定する多くの研究を行っている。ワイブル分布のパラメーターを求める方法は最尤法によるものが多かったが、西沢ら（1977）の研究により林分の平均直径と変動係数とから簡単に推定できるようになった。シミュレーションモデルのように大型電算機による長時間の計算が必要でなく、現場でも十分利用できるものと考えられる。また、平均直径及び変動係数は、施業指針上重要な要因であり、これらの因子によりパラメーターが決まることは施業を担当する者としても理解しやすい。

そこで、径級別本数の予測はワイブル分布を用いて行うことにした。

3 収穫表の作成例

(i) ワイブル分布の適合度

既にワイブル分布は西沢ら（1977）、柿原ら（1977）、木梨（1978）、高田ら（1980）により、スギ、ヒノキ、カラマツ、常緑広葉樹等でその適合度が調べられており、いずれも十分な適合をみせて

いる。トドマツ一般施業林分の間伐前後の計102林分を対象にワイブル分布をあてはめ χ^2 検定を行ってみた。そうすると、約65%は有意差がなくよく適合することが確かめられた。また、間伐試験林分の資料から時系列的に調べた結果、この場合もよい適合を示した。

(ii) 地位指数曲線の作成

既存の道有林トドマツ収穫表(1970)は相対的樹高地位で区分しているが、今回は地位指数により地位区分を行った。

西沢ら(1966)の手法により、トドマツの樹高成長によく適合するゴンベルツ式を用いて地位指数曲線を作成した。

$$\text{ガイドカーブ} \quad H = 30.84 (0.1384)^{0.9677H}$$

(iii) 本数管理の決定

トドマツ高齢人工林の実態調査では現行収穫表の基準本数に満たない林分が多かった。そこで、こうした点を考慮し、現行の収穫表から上層高に対する立木本数に0.85を乗じ次式で平滑化し、各地位指数の上層高(H_T)に応じる立木本数を算出した。

$$N = 3728.98e^{-0.093HT}$$

(iv) 平均値直径の予測

小林(1978)はカラマツ人工林を対象に単木を単位とする林分生長モデルによる一連の研究を展開し、カラマツ人工林の収穫表を作成している。この生長モデルは疎開木の相対生長関係を基準に、閉鎖林分における立木の密度効果を枝の枯れあがりで評価し、その影響分だけ直径生長を割引くものである。カラマツに対して成立している樹高を基準とした相対生長関係がトドマツにも成立することは既に報告してある(阿部 1976)。したがって、トドマツにも相対生長モデルの適合が期待される。

道有林には既に収穫表が調整されており、業務に広く使用されている。したがって、同様な本数管理を行った場合、予測値が大きく異ならない方が都合がよい。そこで、トドマツで成立している相対生長関係のパラメーター及び、限界樹冠長比0.14を利用して、相対生長モデルにより既存の収穫表と同様な本数管理を行った場合の平均直径を予測してみた。その結果、表-1に示すように適合性がよかった。

小林の相対生長モデルは、単木間の競争関係を基礎にしており、情報も単木ごとに提供できる。しかし、今回は先きに述べた理由により立木本数に応じた平均直径のみを推定した。

$$D_i = 2.0941 H_{Be} \left\{ - \int \frac{P_i(H)}{HB} dHB \right\}$$

ここで、 $P_i(H) = \frac{H - H_{oi}}{H_i^* - H_{oi}}$ とし、閉鎖限界樹高 H_i^* 、疎開樹高 H_{oi} は $S_i = \frac{10,000}{N}$ とすれば、

$$H_{oi} = S_i^{0.5677}$$

$$H_i^* = 10017.1 S_i^{0.5677}$$

表 - 1 収穫表と同じ本数管理をした場合の相対生長モデルの精度

林 齢	収 穫 表		本 数 (本/ha)	相対生長モデル 推定平均直径 (cm)
	平 均			
	直 径 (cm)	樹 高 (m)		
20	9.8	7.5	2,000	11.3
25	13.1	10.0	1,512	14.5
30	16.4	12.4	1,139	17.4
35	19.2	14.4	917	19.9
40	22.6	16.2	774	22.1
45	23.8	17.7	672	23.9
50	25.7	19.1	600	25.7
55	27.4	20.3	545	27.3
60	28.8	21.3	506	28.5

として求めることができる。平均直径の予測は関数型の電卓があれば、手計算で算出が可能である。

(V) 変動係数の推定

無間伐林分の胸高直径と変動係数 (C. V.) の間に次の回帰式をあてはめた。

$$C. V. = 7.225e^{-0.07D}$$

また、間伐内容による変動係数の動きは現実林分の間伐前後の動きを分析した結果を用いた。この場合、第1回目の間伐、高齢林分の間伐内容にわけて変動係数の動きを調べた。その結果、第1回目の間伐時の変動係数は上式から、林齢30年までの間伐では-2.07%、35年まで-1.5%、40年以上では-3.78%をそれぞれ用いて推定した。

(VI) 樹高分布の推定

林分の平均樹高は地位別の上層高が決まると以下の式を用いて求めることができる。

$$\bar{H} = 1.3501 + 0.9909H_T - 0.7553 \frac{H_T \sqrt{\rho}}{100}$$

相対生長モデルを逆説的に解釈すれば、直径の大きいものに対しては樹高も高く推定されなければならない。そこで、以下の方法で各林齢別に樹高曲線のパラメーターを求め、直径階別の樹高を推定した。いま、林分の平均直径を \bar{D} 、haあたり250本に相当する上層木の平均直径を \bar{D}_T とし、これに対応して林分の上層高を \bar{H}_T とすれば、上式より林分の平均樹高 \bar{H} を求めることができる。樹高曲線にネスランド式を用いると、

$$\begin{cases} \alpha + \beta \bar{D} = \sqrt{\frac{\bar{D}^2}{(\bar{H} - 1.3)}} \\ \alpha + \beta \bar{D}_T = \sqrt{\frac{\bar{D}_T^2}{(\bar{H}_T - 1.3)}} \end{cases}$$

のように表わされる。この連立方程式を解けば、直径階ごとに樹高は次式で推定される。

$$H = \frac{D^2}{(\alpha + \beta D)^2} + 1.3$$

(vi) 収穫表の作成

林分平均直径、変動係数、上層高別の立木本数を用いて、表2に示すように地位指数（基準林齢30年）別にワイブル分布のパラメーター及び樹高曲線のパラメーターを推定して、径級別本数及び径級別樹高を予測した。直径階ごとに直径と樹高の形数を用いて単材積を算出し、直径階の本数を乗じて直径階の材積とした。これを直径階ごとに積算して林齢別の材積を求めた（阿部 1980）。結果を表-3, 4に示す。

表-2 樹高曲線およびワイブル分布のパラメーター

地位指数	林齢 (年)	平均直径 (cm)	平均樹高 (m)	上層木の 平均直径 (cm)	上層木の 平均樹高 (m)	樹高曲線の パラメーター		径級別の 樹高推定 の平均値	ワイブル分布のパラメーター		
						α	β		a	b	c
16	10	10.2	6.8	16.6	8.2	1.2033	0.3080	6.6	3	8.0728	2.10
	15	12.5	8.4	19.8	10.1	1.2390	0.2756	8.2	3	10.6638	2.35
	20	14.5	10.1	22.1	12.0	1.3618	0.2443	9.8	5	10.9381	2.05
	25	17.2	11.8	24.9	14.0	1.5397	0.2188	11.5	5	13.7598	2.30
	30	20.0	13.7	27.8	16.0	1.5541	0.2049	13.3	7	14.6678	2.15
	35	22.7	15.5	30.3	17.9	1.8057	0.1856	15.0	7	17.6602	2.35
	40	25.4	17.3	32.6	19.8	1.9873	0.1717	16.9	9	18.4593	2.25
	45	28.0	19.0	34.5	21.5	2.2515	0.1570	18.5	9	21.3578	2.50
	50	30.5	20.6	36.1	23.1	2.6796	0.1398	20.0	11	21.9541	2.45
	55	32.9	22.1	37.7	24.6	3.1322	0.1242	21.7	13	22.4596	2.40
	60	35.1	23.4	39.0	25.9	3.7992	0.1043	23.2	13	24.8556	2.65

表-3 道有林トドマツ人工林収穫予想表

地位指数	林齢 年	主林木						副林木			主副合計			総収穫			A/B ×100 (%)	
		上層高 m	平均樹高 m	平均胸高 直径 cm	ha当り 立木本数 (本)	ha当り 材積 (m³)	ha当り 平均 生長量 (m³)	本数 (本)	材積 (m³)	累計材積 (A m³)	材積 (m³)	連年 生長量 (m³)	平均 生長量 (m³)	材積 (B m³)	平均 生長量 (m³)			
16	10	8.21	6.8	10.15	2,000	76.86	7.7				76.86			11.4	7.7	76.86	7.7	
	15	10.05	8.4	12.45	1,800	123.35	8.2	200	10.48	10.48	133.83			11.9	8.9	133.83	8.9	8
	20	12.00	10.1	14.69	1,221	136.65	6.8	579	56.68	67.16	193.33			2.6	9.7	203.81	10.2	33
	25	14.00	11.8	17.19	1,014	175.64	7.0	207	30.56	97.72	206.20			10.6	8.2	273.36	10.9	36
	30	16.00	13.7	19.99	842	219.55	7.3	172	39.87	137.59	259.42			9.8	8.7	357.14	11.9	39
	35	17.93	15.5	22.65	703	261.06	7.5	139	47.59	185.18	308.65			8.3	8.8	446.24	12.7	41
	40	19.79	17.3	25.35	592	302.86	7.6	111	47.15	232.33	350.01			7.2	8.8	535.19	13.4	43
	45	21.52	19.0	27.95	504	334.39	7.4	88	51.37	283.70	385.76			5.4	8.6	618.09	13.7	46
	50	23.12	20.6	30.47	434	361.62	7.2	70	51.02	334.72	412.64			6.5	8.3	696.34	13.9	48
	55	24.57	22.1	32.91	379	394.70	7.2	55	50.19	384.91	444.89			4.7	8.1	779.61	14.2	49
	60	25.87	23.4	35.09	336	422.84	7.0	43	45.77	430.68	468.61				7.8	853.52	14.2	50

表 - 4 収穫表 (表 - 3) の径級別の積算本数 (N) と積算材積 (V)

地 位	林 齢	40 cm 以 上	36	32	28	24	20	16	12	8	4	
16	10	N					2	30	201	750	1,591	2,000
		V				0.43	4.94	21.50	51.95	73.64	76.86	
	15	N			2	22	135	481	1,082	1,621	1,800	
		V			0.71	6.17	26.33	66.38	105.10	121.74	123.35	
	20	N		3	18	75	232	531	912	1,184	1,221	
		V		1.71	8.20	25.88	59.90	100.21	127.82	136.25	136.65(6)	
	25	N	3	14	54	159	359	627	874	1,002	1,014	
		V	2.53	9.70	29.49	66.28	113.35	151.51	171.45	175.51	175.64(6)	
	30	N	3	46	119	251	439	641	792	842		
		V	3.44	13.80	36.69	75.30	126.34	174.01	205.35	217.68	219.55	
	35	N	12	36	89	184	318	470	602	682	703	
		V	16.08	40.26	81.27	135.96	191.32	231.47	253.65	260.26	261.06	
40	N	30	68	134	230	346	460	546	588	592		
	V	47.11	88.40	143.42	201.84	252.48	284.64	299.17	302.69	302.86(10)		
45	N	48	98	172	262	356	434	484	503	504		
	V	80.94	138.71	203.32	260.94	302.10	324.22	332.73	334.35	334.39(10)		
50	N	70	125	196	274	346	400	428	434			
	V	130.09	196.19	259.62	309.63	341.29	356.66	361.13	361.62			
55	N	91	146	210	274	328	363	378	379			
	V	189.56	258.22	317.87	359.02	382.81	392.22	394.61	394.70(14)			
60	N	111	165	222	273	311	331	336				
	V	248.40	315.90	368.27	401.14	417.06	422.12	422.84				

4 収穫表の精度

トドマツ高齡林分を帯状に皆伐した試験地の資料を用いて収穫表の精度を調べてみた。対象林分の林齢53年, 上層高22mから判断して地位指数14に該当するとし, 林齢55年時の主林木の値をみると上層高, 平均樹高, 平均直径, k_a あたり本数, k_a あたり材積の値はそれぞれ2.2.3m, 1.9.8m, 2.9.2cm, 4.70本/ k_a , 3.51m³/ k_a となっている。これに対して対象林分の数値は, 順に2.2m, 2.0m, 2.9cm, 4.65本/ k_a , 3.02m³/ k_a となっている。比較してみるとほとんどの数値が一致するが, 材積は現実林分の方が1.4%低くなっている。

直径分布: 表-4は4cm括約で示しているが, 表-2には各林齢時のワイブル分布のパラメーターも掲示してある。このパラメーターを代入し2cm括約で地位指数14, 林齢55年時の直径分布を推定して対象林分の直径分布と対比させて図-1に示した。この図をみると, 上位の直径階で過大推定を与えていることがわかる。幹材積の数値の比較で, 立木本数が収穫表と現実林分ではほぼ等しいのに, 収穫表の幹材積がうわまるのは本径木の数が多いためであろう。この原因は直径分布を確率密度関数で推定するために, 確率が0になるまで上位の直径階の本数が推定されるためであり, 実用上は例えば上位の直径階の本数が5本以下(今回の場合は4.8cmの直径階以上)はまとめて材積を計算すればかなり改善される。こうした傾向が林齢と共にどう変化するかは, 他の現実林分と対比していかなければならない。

樹高分布: 新しく調整した収穫表は地位, 林齢別に樹高曲線のパラメーターを掲示している。この値を使用して, 樹高分布を推定した精度を伐倒木89本の実測値で調べてみた。

直径分布と樹高分布とは必ずしも一致せず, 図-2に示すようなひずみを生じるが, ほぼ似た分布が得られた。ここで, 樹高分布を推定するのは材積を算出するのが主な理由である。そこでこの点を検討してみた。現実林分の地位, 林齢に該当する樹高曲線のパラメーターを利用して, 現実林分の各直径階ごとに樹高を推定して, 径級別に材積を算出した。そして, 実樹高による実材積と比較したところ, 両

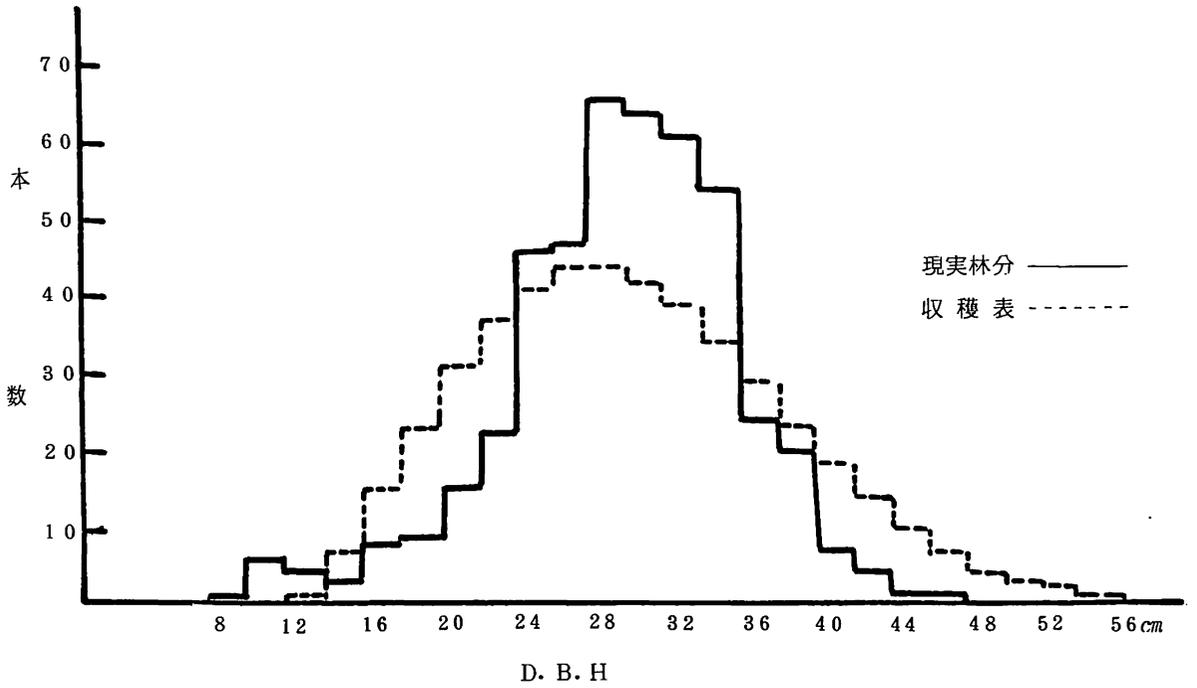


図 - 1 現実林分と収穫表の直径分布の比較

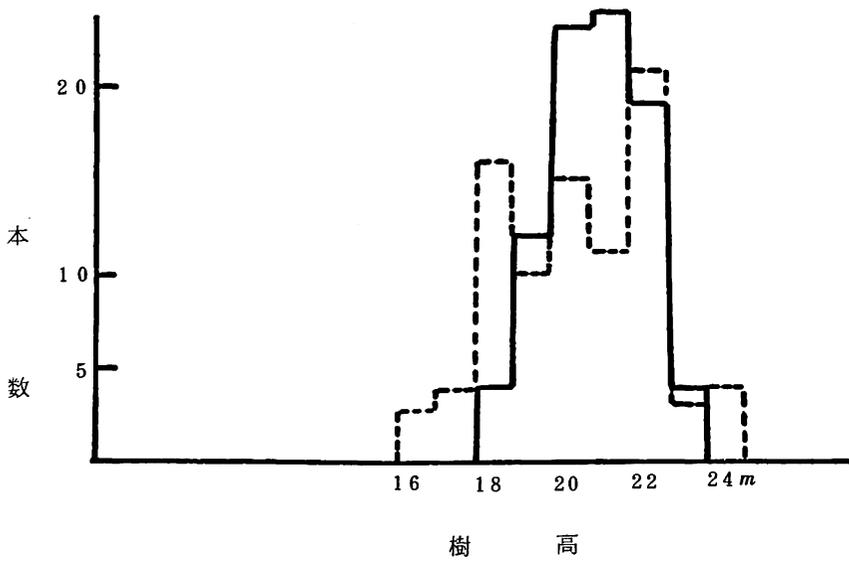


図 - 2 現実林分と樹高曲線から推定した樹高分布の比較

者に差は認められず、材積推定の点からは樹高曲線のパラメーターによる推定値は精度がよいことが確かめられた。

5 問題点

収穫表を作成して見て問題点となる事項を整理してみると、まずワイブル分布のパラメーターの内 a の値は、現実林分を観察して推定しなければならず、理論的な推定が難しいといえるだろう。また、パラメーターを推定する要因としての変動係数は平均直径と断面積平均木直径との比からも推定できるが、間伐方法および間伐率で変動係数が動くため施業内容によって変動係数を推定しなければならない。この場合、間伐前後で変動係数がどのように動くのか、今回は理論的な予測ができず、現実の間伐内容で推定せざるを得なかった。さらに、分布の形状を示す c の値は表 - 2 に示すように、林齢が高くなるに従って漸増する傾向を示すが、最小径 a の影響を受ける。すなわち、 a の値が林齢で動かない時は c の値が増加し右にかたよる傾向を示す。しかし、 a の値があがると、その影響で c の値が減少する。すなわち、平均直径、変動係数がスムーズな線で予測できたとしても、最小径の動きに影響されるので、直接、ワイブル分布のパラメーターそのものを予測するのは難しいといえよう。無論、要因からその都度パラメーターを推定してやれば実用上は問題がない。しかし、林分がどのように動くかをパラメーターから理論的に考察しようとするれば、こうした点は統一的な見方をする際の障害になると考えられる。

6 ワイブル分布の利用例

ワイブル分布は c の値により、指数分布から一様分布まで表わすことが可能である。この性質を利用して林分推移の解明に使ってみた。

間伐効果を解析する場合、平均値間の比較だけでは不十分なことは菊沢 (1981) により指摘されているところである。

期首に同じ直径階に属していた個体は、数十年後には幅広く分散する。これは、各個体ごとの生長量もたらすわけだが、今、期首の直径階ごとに生長量 (例えば直径生長) を調べてみると表 - 5 に示すように、最小径階を除いて、すべて間伐区の方が生長がよいことがわかる。すなわち、径級別に間伐効果があるといえる。そこで、期首に同じ直径階に属していた個体の 20 年後の分布にワイブル分布をあてはめてみた。パラメーター一覧表は表 - 5 に示す通りであり、 c の値は指数的な分布から正規的な分布までを示し、各直径階ごとにあてはまりもよい。径級別の生長量、分散が推定されれば、直径階ごとに分布が推定でき、これらを累積すれば全体の分布となる。この林分では直径階ごとの直径生長量と期首の直径階との間には一次回帰が成立し、また変動係数は期首の直径階と指数関係が成立した。従ってワイブル分布のパラメーターを推定して、直径階ごとの推移を検討することが可能となる。期首の直径階ごとの直径生長量、変動係数が一般的に推定されれば、林分構造の推移に関する解明に大きな役割を持つことが期待されよう。

表-5 林齢20年時の直径階別に20年後の分布をワイブル分布表で表示した例(資料は久保トドマツ間伐林)

期首の 直径階	ワイブル分布のパラメーター						\bar{D}		CVd		N	
	a		b		c		間伐区	無間伐区	間伐区	無間伐区	間伐区	無間伐区
	間伐区	無間伐区	間伐区	無間伐区	間伐区	無間伐区						
6 cm	7	7	3.58	4.44	3.10	2.05	10.2	10.9	0.111	0.183	22	68
8	9	7	6.45	7.53	2.25	2.35	14.7	13.6	0.185	0.220	47	145
10	11	9	8.03	8.77	2.45	2.7	18.1	16.8	0.170	0.184	75	177
12	13	11	10.32	9.76	3.10	2.7	22.2	19.7	0.146	0.178	60	99
14	19	17	5.23	7.42	2.30	2.5	24.2	23.6	0.091	0.120	12	39
16	25	21	4.46	11.59	1.60	2.85	29.0	25.3	0.089	0.156	4	12

引用文献

- (1) 阿部 信行：トドマツ人工林の施業法に関する研究(I) 疎開木の相対生長
北林試報14：27～36 1976
- (2) —————：トドマツ人工林の施業法に関する研究(II) 道有林におけるトドマツ人工林の収穫予想表の作成 北林試報18：71～93 1980
- (3) 北海道林務部：道有林におけるトドマツ・スギ人工林収穫予想表 34P 1970
- (4) 柿原道喜・木梨謙吉・西沢正久・長 正道：林分シュミレーションに対する生長モデルの研究(VIII) カラマツ幼齢林の林分構造の予測 — 88回日林論：103～104 1977
- (5) 菊 沢 喜八郎：収量-密度図を利用した収穫予測の試み 日林誌60：56～63 1978
- (6) —————：間伐効果に関する定量的研究(I) 収量-密度図を用いた分析 日林誌63：51～59 1981
- (7) 木 梨 謙 吉：人工林の直径分布について(I) — ワイブル分布のパラメーターと年齢 — 89回日林論：59～60 1978
- (8) 小 林 正 吾：カラマツ人工林の林分生長モデルに関する研究 北林試報15別刊：1～164 1978
- (9) 西沢正久・真下育久：地位指数による林地生産力の測り方 53P 林業科学技術振興所 1966
- (10) —————・木梨謙吉・柿原道喜・長 正道：林分シュミレーションに対する生長モデルの研究(IX) 変動係数を用いた林分構造の予測 88回日林論：105～106 1977
- (11) —————・砂川秀昭・平田永二：亜熱帯地域における常緑広葉樹林の直径分布について 89回日林論：61～62 1978

(12) 鈴木太七：森林経理学 197 朝倉書店 1979

(13) 高田和彦・風間葉子：断面積平均直径推定における括約誤差について 日林誌 62 : 211~216

1980