

# ワイブル分布とその応用

九大演 柿原道喜

はじめに

林分の直径分布にワイブル分布をあてはめ、直径分布にもとづく生長モデルの問題をとり扱ったクラッターらの論文「A Growth and Yield Model for Pinus Radiata in New Zealand」が発表されたのは、1973年カナダのバンクーバーで行われたIUFRO, Subject Groups S4.01, S6.02 Joint Meetingのときであるので約10年前のことである。また、この研究に着目し、文部省科学研究費により、木梨・西沢・柿原・長の4人による共同研究「林分シミュレーションに対する生長モデルの研究」が行われたのが1975, 1976年であるので、わが国の林業統計学の分野にワイブル分布が登場してから7年になろうとしている。この間、多くの人々によってワイブル分布を用いた研究が行われ、筆者の手もとにある文献だけをみても40編を越えるまでになり、現在では、ワイブル分布といえば直径分布のことを指すと考えられるまでになってきた。このように、直径分布にワイブル分布が利用される理由としては、次のような林学(林業)に向けた長所をもっていることがあげられよう。

(1) ワイブル分布は、次式に示すように3つのパラメーターをもつ確率密度関数であって、パラメータ

$$g(y) = (c/b) \{ (y-a)/b \}^{c-1} \exp \left[ - \{ (y-a)/b \}^c \right]$$

ただし、 $a$ は位置、 $b$ は尺度、 $c$ は形のパラメーター

の値から分布の型を知ることができるので、従来のようにグラフを描いて直径分布を示すのにくらべると非常に便利である。

(2) グラフを描くとすると、あまり多くの事例を示すことは困難であるが、ワイブル分布を用いるとパラメーターだけを表示すればよいことになるので、沢山の事例について示すことができる。

(3) パラメーターが推定できれば、関数型が組みこまれた小型電卓で直径階別の本数を簡単に計算できる。

(4) パラメーターがうまく予測できれば、伐期林分の直径階別本数の予測、直径分布の動きにもとづく林分の生長予測などが可能となる。

このように、ワイブル分布は、林学(林業)向きの長所をもっているので、今後ともワイブル分布を利用した研究は、理論、応用両面にわたって盛んになることが予測される。そこで、今後のワイブル分布を用いた研究をすすめるうえでの参考資料とするため、まず、研究の発端となった「林分シミュレーションに対する生長モデルの研究」の概要を説明し、次で、その後ワイブル分布を用いてどのような研究が行われたかを項目別に整理して述べ、最後に、今後の展望について2, 3触れてみよう。

## 林分シミュレーションに対する生長モデルの研究

本研究は生長モデルの3型、すなわち、A：単木距離従属モデル、B：単木距離独立モデル、C：林分としての距離独立モデルのうち、Cの林分モデルで直径分布にワイブル分布が用いられているものに限って実施したものである(1)。まず、スギ、ヒノキ人工林について、直径階別本数表からワイブルのパラメーターを求める方法(2)およびパラメーターを予測して直径分布を求める方法(3)を明らかにし、いずれも実測値によく適合することを確かめた。次で、2種類の方法によって直径分布の予測を行ってみた。1つは、前述のクラッターらによる初期林分の直径階を等本数にわかち、この直径階を固定して予測する方法(I法)であり、いまひとつはワイブルのパラメーターを直接推定して予測する方法(II法)である。I法を、スギ、カラマツ人工林の固定プロットに適用してみたところ、実測値によく適合することが認められた(5, 7, 8)が、本方法は、計算が繁雑であること、多数の予測式を用いるため誤差が大きくなる可能性があること、表示される直径分布が普通一般に用いられる直径階別本数分配とは異なるなどの問題点があるため、その後の本方法による報告は1編(37)あるにすぎない。II法は、平均直径、断面積平均直径を予測することによりパラメーターを求め直径分布を算出する方法であって、前者同様スギ、カラマツ人工林の固定プロットに適用したところよい結果が得られた(3, 4, 6, 8, 9)。本方法は、パラメーターがうまく予測できれば、直径階別本数が簡単に計算できるため前者にくらべ応用性が高く、ワイブル分布を用いた研究をすすめるうえでの大きい原動力となった。

なお、本研究で認められた今後の課題としては、間伐が行われた場合の予測法、任意林分のワイブルのパラメーターの推定法とその変化状態および林分シミュレーターとしてのモデルの確立などがあげられた(10)。

## 各種林分に対するワイブル分布のあてはめ

先の研究では、スギ、ヒノキ、カラマツ人工林の直径分布に対してワイブル分布が適合することを認めたが、その後、各種林分の直径分布に対する適合度が検討された。その結果、スギ(32, 35)はもちろんのこと、亜熱帯常緑広葉樹林(24)、北海道地方の広葉樹天然林(25, 26, 27, 28)、トドマツ人工林(40)についても適合することが認められたが、天然林(異齡林)については適合しないものもある(29)ことがわかってきた。また、林分全体としては適合しない天然林でも上層木のみについては適合することが明らかにされた(30)。さらに、地形による層化が可能であるような拡がりのある林分では、層化を行って層ごとにワイブル分布をあてはめ、それらを加え合せて全体の分布を求めるのが良い(31)ことも報告されている。

## 他の分布との比較

直径分布によくあてはまるのはワイブル分布のみにとどまらず、他にもよい分布があるのではないかということは当然考えられる。このような観点から、ワイブル分布のほかにJOHNSON'S  $S_B$  分布、対数正

規分布，ガンマ分布，ベータ分布などをスギ人工林にあてはめ比較してみたところ，あてはめの難易性，林分構造の将来予測への応用性（21）から，また，推定された直径分布から推定された $m$ 当り材積と収穫調査による $m$ 当り材積の差の検定の結果（23）から，ワイブル分布は，他の分布にくらべずぐれていることが明らかにされた。

### 直径分布の推定法

ある林分の直径分布を推定する場合には，その林分の本数，平均直径，断面積平均直径を効率よく知ることが必要となる。その手法としては，pair line samplingによる方法（43）と空中写真を利用する方法（19，20，22）が報告されているが，いずれの場合も，推定された本数，平均直径，断面積平均直径を用いて計算された直径分布は，実測値によく適合する結果が得られている。

### 直径分布型の特徴の把握

ワイブル分布は，形のパラメータ $c$ の値によって分布の型が違ってくる。すなわち， $c < 1$ は逆丁字曲線， $c = 1$ のとき指数曲線， $1 < c < 3.6$ は山型で正の歪， $c \doteq 3.6$ で正規分布， $c > 3.6$ では山型で負の歪を示す（2）。直径分布は，林分構造の特徴を示すものでありため， $c$ の値によって直径分布の型を知ることができるワイブル分布は，林分構造の特徴を知ろうとするときには非常に便利な分布といえることができ応用の価値が高い。北海道地方の広葉樹天然林（25，26，27，28），亜熱帯常緑広葉樹林（24）についての調査報告がみられる。

### 人工林の直径分布の動きについて

スギ，ヒノキ，カラマツ人工林の直径分布が，年数の経過とともにどのように変化するかを調べた一連の報告がある。本研究は，まず，林齢の増加にともなうワイブルのパラメータの変化の一般的傾向を把握（11，12，13，14）し，次で，間伐直前→間伐直後→一定期間後という一つの流れにおけるパラメータの動きをとらえることにより直径分布の変化状態の分類（15，16，17）を行い，これらの結果から，施業，特に間伐の問題を検討（18）しようとするものである。

以上のほか，直径分布の動きに関するものでは，間伐と関連させて立木密度の異なるカラマツ人工林について検討した報告（33）がある。

### 直径分布を示した林分収穫表の調製

従来の林分収穫表は，樹高，胸高直径については平均値が記載されているにすぎないため，実際の林業経営上不都合な点が多かった。このような点を解決するためには直径分布を示した林分収穫表の調製が必要となる。これに関しては，北海道地方のカラマツ林の例があるが，その方法は，計算が複雑であるうえ間伐直後の直径分布の予測法にいくつかの問題点を残している（37，38，39）。なお，トドマツ

(41), スギ(42)についても調製が行われていることを付記しておく。

## そ の 他

以上述べた以外に、伐期齢の決定(34)、生長量の推定(35)、断面積平均直径推定における括約誤差の問題(29)、収穫時林分の分類(36)などにワイブル分布を用いた報告がみられる。

### ワイブル分布の応用と問題点

以上、これまでに発表された諸報告を一応項目別に整理してみた。それぞれの内容すべてに目をとおしたわけではなく、拾い読みをしたものもあるので充分とはいえない点はあるが、大体の傾向は知ることができるものと思われる。そこで、これらの成果をふまえてワイブル分布が林学、林業の分野でどのように応用されていくか、また、それに関連してどのような問題点があるかを述べてみよう。

#### 1 林分構造の把握

林分構造を示す要素としては、平均直径、平均樹高、 $h_0$ 当り本数、断面積、材積などがあるが、その林分の内容をもっともよく示すものは直径分布(直径階別本数)である。従来、直径分布は毎木調査によるのみしか知ることができなかつたし、また、多くの時間、労力を要していた。ところがワイブル分布を用いると、平均直径、断面積平均直径が推定できれば、簡単に直径分布を計算することができ、しかも、平均直径、断面積平均直径は、plotless sampling によって、また、現地調査が困難な場合には空中写真によって効率よく推定できる。そのため、ワイブル分布の応用としては、人工林あるいは一斉林型を呈している天然林の直径分布を推定することがあげられる。

#### 2 施業に関する研究への応用

目標とする林分、例えば伐期林分の直径分布がわかれば、そのような林分育成のための施業技術というものが考えられる。しかし、この目標とする林分の直径分布は、経営の目標によって異なるものであり、また、どのような直径分布の林分が経営的にみて理想的であるかということになると、はっきりしていないのが実情であろう。そのため、現状では検討すべき点は多々あるが、目標とする林分の直径分布がわかれば、それに応じた施業、また、そのような視点にたったワイブル分布を応用した試験研究というものは考えられるであろう。

なお、これまでの研究では、一般的(小径木を中心とした)間伐を対象としたものが多く、他の間伐、例えば上層間伐、各層間伐、なすび伐りなどについては、ほとんど行われていない。そのため、間伐法の違いが直径分布の動きにおよぼす影響を明らかにすることなども今後の課題としてあげられよう。

### 3 林業経営面での応用

ワイブル分布をうまく応用すれば直径階別本数を予測できるので、将来林分あるいは毎木調査が困難な林分の評価が可能となる。そのため、森林評価の立場からみた場合、ワイブル分布の応用価値はきわめて高い。また、これに関連して、直径分布を示した林分収穫表の調製が、今後の大きい課題になると考えられる。

### 4 問題点

ワイブルのパラメーターを推定する場合には、平均直径、断面積平均直径（または直径の変動係数）を推定することが必要となり、また、平均直径、断面積平均直径は、地位、林齢、立木密度などと密接な関係をもっている。そのため、これら諸因子と関連させた平均直径、断面積平均直径の精度の高い推定法を明らかにすることが必要となろう。

施業に関する研究、林業経営面での応用という立場からみれば、間伐直後の直径分布の予測法、年数の経過によるパラメーターの変化の把握などが重要課題と考えられ、そのためには、ワイブル分布についての理論的研究の必要性が痛感される。

#### 引用文献

1. 木梨謙吉ほか：林分シミュレーションに対する生長モデルの研究（Ⅰ） モデル設定の概要  
日林九支研論 4629 45～46 1976
2. 西沢正久ほか：同上（Ⅱ） ワイブル分布のあてはめについて 日林九支研論 4629  
47～48 1976
3. ————ほか：同上（Ⅲ） ワイブルのパラメーター推定による直径確率分布の予測  
87回日林論 87～88 1976
4. 柿原道喜ほか：同上（Ⅳ） 平均直径の推定法、樹高曲線式の決定について 87回日林論  
89～90 1976
5. 木梨謙吉ほか：同上（Ⅴ） 固定プロットによるモデルの検討 87回日林論 91～92  
1976
6. 西沢正久ほか：同上（Ⅵ） 林分構造の推定と予測 日林九支研論 4630 55～56  
1977
7. 木梨謙吉ほか：同上（Ⅶ） 生長による直径階中央値の増加量の計算について 日林九支研論  
4630 57～58 1977
8. 柿原道喜ほか：同上（Ⅷ） カラマツ幼齢林の林分構造の予測 88回日林論 103～104  
1977

9. 西沢正久ほか：同上（Ⅹ） 変動係数を用いた林分構造の予測 88回日林論 105～106  
1977
10. 木梨謙吉ほか：同上（Ⅺ） ワイブル分布による生長モデルの成果について 88回日林論  
107～108 1977
11. —————：人工林の直径分布について（Ⅰ） ワイブルのパラメーターと年齢 89回日林論  
59～60 1978
12. —————：同上（Ⅱ） ワイブル分布のパラメーターと年齢，直径，本数の関係  
90回日林論 95～96 1979
13. ————ほか：同上（Ⅲ） 2つの林分表の比較 日林九支研論 433 33～34 1980
14. ————ほか：同上（Ⅳ） ワイブル分布形状指数  $c$  の動き 91回日林論 79～80  
1980
15. ————ほか：同上（Ⅴ） 間伐によるワイブルのパラメーター  $c$  の変化 日林九支研論 434  
35～36 1981
16. ————ほか：同上（Ⅵ） 間伐直前直後および一定期間後の分布の傾向 92回日林論  
103～105 1981
17. 柿原道喜ほか：同上（Ⅶ） 直径分布型の変化状態の分類 日林九支研論 435 投稿中
18. ————ほか：同上（Ⅷ） 直径階別本数間伐率とワイブルのパラメーター  $c$  の関係  
93回日林論 発表予定
19. 山崎英祐ほか：空中写真による林分構造の推定について（Ⅰ） 90回日林論 75～76  
1979
20. ————ほか：同上（Ⅱ） 日林九支研論 433 17～18 1980
21. ————ほか：同上（Ⅲ） 91回日林論 113～114 1980
22. ————ほか：同上（Ⅳ） 92回日林論 67～68 1981
23. ————ほか：林分構造の推定について（Ⅰ） 理論分布による直径階別本数の推定に関する検討  
日林九支研論 434 37～38 1981
24. 西沢正久ほか：亜熱帯地域における常緑広葉樹林の直径分布について 89回日林論 61～62  
1978
25. 柿原道喜：北海道東部地方における広葉樹天然林の解析（Ⅰ） 疎悪広葉樹林の林分構造  
90回日林論 109～110 1979
26. —————：同上（Ⅲ） 2次林の林分構造の一調査例 日林九支研論 433 25～26  
1980
27. —————：同上（Ⅳ） ミズナラ天然林の直径分布 91回日林論 75～76 1980
28. —————：同上（Ⅴ） ヤマナラシ天然林の林分構造ならびに生長量 91回日林論

77~78 1980

29. 高田和彦ほか：断面積平均直径推定における括約誤差について 日林誌 62(6) 211~216  
1980
30. ———— ほか：小杉立スギ林と船山スギ林の林分構造の比較 新大演報 4613 23~30  
1980
31. 増谷利博ほか：地形区分によるワイブル分布の適合度について(1) スギ幼齢林の場合  
九大農学芸誌 35(3,4) 81~87 1981
32. 西沢正久ほか：白鹿岳標本調査試験地における固定プロットの設定(Ⅱ) 日林九支研論 4631  
41~42 1978
33. 柿原道喜：カラマツ幼齢林の立木密度と直径分布の動きの関係について 92回日林論  
101~102 1981
34. ————：北海道地方におけるカラマツの伐期齢についての一、二の考察 93回日林論  
発表予定
35. 加賀英昭：九州電力社有林におけるスギ林分の生長量について 日林九支研論 4632  
85~86 1979
36. ———— ほか：九州電力社有林における壮齢林の直径分布について(Ⅰ) 日林九支研論 4634  
33~34 1981
37. 柿原道喜：間伐直後の直径分布の予測 日林北支講 4626 100~103 1977
38. ————：間伐が行われたカラマツ固定プロットの林分構造の予測 日林九支研論 4632  
49~50 1979
39. ————：直径分布を示したカラマツ林分収穫表の試算例 日林九支研論 4632  
51~52 1979
40. 阿部信行：トドマツ人工林における間伐内容と直径分布の関連分析 90回日林論  
97~98 1979
41. ————：トドマツ人工林の施業法に関する研究(Ⅱ) 道有林におけるトドマツ人工林の収穫  
予想表の作製 北海道林試報 4618 71~93 1980
42. 南雲秀次郎ほか：利用材積収穫表の調製 92回日林論 83~84 1981
43. Nishizawa, M: Estimation methods of stand composition by plotless sampling.  
IUFRO, Div. 4, Subject Groups S4.02 and S4.04 222~230  
1978