

## Basic による Richards 関数あてはめのプログラム

東京大 農 白 石 則 彦

## 1 はじめに

我が研究室にも PC-8801 なるマイコンがはいり、さまざまな計算や検索に役立っている。プログラムも次第に拡充されつつあるので今後機会あるごとに公表し、また同一機種 of ユーザー間でデータ等も含めた情報交換をしていきたいと考えている。今回はその 1 回目として、生長の分野で用いられている Richards 関数のあてはめのプログラムをとりあげてみた。

言語は N<sub>88</sub>-Basic であるが、他の Basic へ翻訳する場合を考えて特殊な命令は使わないよう心がけた。それに伴って種々の割り込み機能やグラフィック関係など、計算機ごとに命令が異なる場合が多い部分は省略されている。それでもなおマイコンの特徴を生かした機能的なプログラムであると確信している。

## 2 考え方と解法

Richards 関数は一般に(1)式で表わされ、生物のさまざまな生長過程を記述することが可能である。

$$Y = A (1 - Be^{-kt})^{\frac{1}{1-m}} \quad (1)$$

ここでは、さらに簡略化された形の(2)式も含めて Richards 関数と呼ぶことにした。

$$Y = A (1 - Be^{-kt})^n \quad (2)$$

非線型関数を観測データにあてはめる場合、一般に漸近回帰の方法が用いられるが、Richards 自身はそのうちのひとつである Stevens の方法を奨めている(5)。これは作図等によって変曲点に関係のある  $m$  の値をあらかじめ定め、その  $m$  のもとで  $A$ 、 $B$ 、 $k$  を最小自乗調整する方法である。これによれば  $m$  は最後まで推定値にとどまることから、大隅は  $m$  の値を変化させながら Stevens 法を繰り返し、残差平方和を最小にするパラメータの組合せを求める方法を提案し、そのためのプログラムを開発した(4)。しかし演算速度の遅い Basic にとって反復計算の多いこの方法は不向きなことから、ここではそれに替わるものとしてテラー展開法(1)を用いることにした。これは Deming の最小自乗法とも呼ばれ、推定するパラメータ数に制限がないことから、Richards 関数の 4 つのパラメータを同時に決定できる特徴をもっている。以下でテラー展開法に基づく考え方と計算手順を示すことにしよう。

観測によって得られた  $n$  個の点  $(x_i, y_i)$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) はそれらの真値  $(X_i, Y_i)$  のまわりにそれぞれ  $N(X_i, \sigma_{xi}^2)$ 、 $N(Y_i, \sigma_{yi}^2)$  なる分布に従う偶然の一実現値と考える。そして真値  $(X_i, Y_i)$  はすべて原式(1)上ののっていることを前提として、相対偏差平方和とでもいうべき

$$\sum_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{X_i - x_i}{\sigma_{x_i}} \right)^2 + \left( \frac{Y_i - y_i}{\sigma_{y_i}} \right)^2 \right\} \quad (3)$$

を最小にするような(1)式のパラメータを求めることが本法の目的である。ところが林学の分野で生長関数として Richards 関数を扱う場合、独立変数  $x$  は樹齡，林齡であることから，そこに(3)式第1項のような誤差を考えることはきわめてまれである。また従属変数  $y$  は単木や林分の直径，樹高等の変量を表わすが各時点での測定値が唯ひとつのため測定誤差に基づく分散  $\sigma_{y_i}^2$  を考えることは難しい。そこで，ここでは測定誤差は各点とも同じとみなし(3)式を簡略化し，

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - y_i)^2 \quad (4)$$

を最小にするパラメータ推定を行なうことにした。ただし， $\sigma_{y_i}^2$  に関する情報が得られるか，または意図的な重みづけをしたい場合はそれももちろん可能である。

具体的な計算手順は以下のとおりである。

手順1：テラー展開法は漸近回帰法であるから，まず4つのパラメータの初期値が必要である。この初期値設定が相当難しいことは，Stevens 法(3)，テラー展開法(7)を問わず指摘されている。本報では暫定的に  $m$  を固定し，残りの3つのパラメータに対しテラー展開法を用いることで収束のための初期値設定が極めて容易となった。計算法は  $m$  を定数とみなして3元正規方程式を解くが，考え方はこれから述べるパラメータ4つの場合と全く同様である。

手順2：設定された仮の推定値  $A$ ， $B$ ， $k$ ， $m$  を1階偏導関数

$$\frac{\partial Y}{\partial A} = (1 - Be^{-kt})^{\frac{1}{1-m}} = \alpha_i$$

$$\frac{\partial Y}{\partial B} = -\frac{1}{1-m} Ae^{-kt} (1 - Be^{-kt})^{\frac{m}{1-m}} = \beta_i$$

$$\frac{\partial Y}{\partial k} = -\frac{1}{1-m} ABte^{-kt} (1 - Be^{-kt})^{\frac{m}{1-m}} = \kappa_i$$

$$\frac{\partial Y}{\partial m} = A (1 - Be^{-kt})^{\frac{1}{1-m}} \left( \frac{1}{1-m} \right)^2 \ln(1 - Be^{-kt}) = \mu_i$$

に入れ，次の各項を計算する（添字  $i$  をすべて省略）。

$$\Sigma W \alpha^2, \Sigma W \alpha \beta, \Sigma W \alpha \kappa, \Sigma W \alpha \mu, \Sigma W \beta^2, \Sigma W \beta \kappa, \Sigma W \beta \mu, \Sigma W \kappa^2, \Sigma W \kappa \mu, \Sigma W \mu^2, \Sigma W (y - Y) \alpha,$$

$$\Sigma W (y - Y) \beta, \Sigma W (y - Y) \kappa, \Sigma W (y - Y) \mu$$

ただし  $W_i = 1/\sigma_{y_i}^2$  で， $\sigma_{y_i}^2$  がわからないときは  $W_i = 1$  としよ。

手順3：正規方程式（左端の行列は対称行列）

$$\begin{pmatrix} \Sigma W\alpha^2 & \Sigma W\alpha\beta & \Sigma W\alpha\kappa & \Sigma W\alpha\mu \\ & \Sigma W\beta^2 & \Sigma W\beta\kappa & \Sigma W\beta\mu \\ & & \Sigma W\kappa^2 & \Sigma W\kappa\mu \\ & & & \Sigma W\mu^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta A \\ \delta B \\ \delta k \\ \delta m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma W(y-Y)\alpha \\ \Sigma W(y-Y)\beta \\ \Sigma W(y-Y)\kappa \\ \Sigma W(y-Y)\mu \end{pmatrix}$$

を解いて補正值  $\delta A$  ,  $\delta B$  ,  $\delta k$  ,  $\delta m$  をもとめ,

$$\hat{A} = A + \delta A \quad , \quad \hat{B} = B + \delta B$$

$$\hat{k} = k + \delta k \quad , \quad \hat{m} = m + \delta m$$

として、これらを新しい推定値とする。

この手順 2 , 3 を所定の収束条件が満足されるまで反復する。ここでは

$$|\delta A/A| < 10^{-5} \quad , \quad |\delta B/B| < 10^{-5}$$

$$|\delta k/k| < 10^{-5} \quad , \quad |\delta m/m| < 10^{-5}$$

が同時に満たされた時、有効数字 5 桁でパラメータが収束したものとみなした。

以上、(1)式の形で表わされる Richards 関数のあてはめ(これを m 法と略記する)について説明してきたが、(2)式に対するあてはめもほぼ同様の手順で行なうことができる(n 法と略記)。この場合  $\partial Y/\partial m$  のかわりに

$$\frac{\partial Y}{\partial n} = A (1 - Be^{-kt})^n \ln (1 - Be^{-kt})$$

を求め、m に関する項を該当する n の項に置きかえれば、その他の計算は全く共通である。同じ資料に同一の初期値で m 法と n 法を試みても、一方が収束し他方は発散したり、また反復計算の回数に差が現われることがある(2)。しかし収束値が得られればその結果に違いはないので、二つの方法を適当に使いわけることであてはめが多少容易になるであろう。

### 3 プログラムの使い方と注意点

全体のプログラムの流れは図に示すとおりである。スタートさせるとまず、あてはめの方法をキーボード入力によって選択するようになっている。それらは次の 5 通りである。

- ① m を固定して 3 母数回帰をおこなう
- ② 入力する初期値をもとに直接 m 法の 4 母数回帰をおこなう
- ③ n 法による以外は②と同じ
- ④ m を固定した 3 母数回帰によってまず A , B , k を最小自乗調整し、その結果を仮推定値として m 法 4 母数回帰にはいる
- ⑤ n 法による以外は④と同じ

これらは図では、それぞれ①～⑤で示され、またメインプログラムの120～160行に対応する。

Richards 関数をあてはめるにあたって、パラメータの初期値が十分正確に予想できる場合は②ないし③を用いるのが簡単である。初期値の推定は正確でないまでも、グラフ等から資料に適確にあてはまる Richards 関数が存在すると判断された場合はまず①を試みるとよい。このルーチンでは自由なパラメータが減るために、初期値に対するかなりの許容幅をもって A, B, k は収束し、真値と測定値のあいだの残差平方和(4)が算出される。これを m の値を変えて反復的に行ない、残差平方和の最小値を含む m の区間が明らかになるまで続ける。そして各パラメータの推定値の範囲がある程度限定されたところで、②ないし④を用いることによって4個のパラメータの同時推定が可能となる。②と④は、与えられた m のもとで3母数回帰をするか否かの違いであるが、②によって収束値が求められなかった場合その試行からはほとんど何の情報も得られないので、できる限り④を用いることが望ましい。n 法によるあてはめを行なうときは②、④の代りにそれぞれ③、⑤を用いればよい。当然のことながら、手順2において  $(x_i, y_i)$  の各点に異なる重みを与えた場合は、評価の尺度となる残差平方和に対しても同様の重みづけをすることが必要である。

Richards 関数は、その特別な場合として Mitscherlich, logistic の生長曲線を含むが、本プログラムの特徴である「所与の m のもとでの3母数回帰」は、これらの曲線のあてはめに対しても有効である。すなわち  $n = 1, -1$  として①を適用すればよい。Gompertz の生長曲線もまた Richards 関数に含まれると考えられている。しかし  $m \rightarrow 1$  の極限の状態として存在する Gompertz 曲線は、(1), (2)式の形で記述できないことから、Gompertz に近い曲線は Richards 関数のなかでもあてはめが最も難しいとされている。そうした資料に対してもこのプログラムは①を反復して残差平方和を最小にする区間を狭めていくことによって、ある程度必然的に収束値を得ることができる。この場合は n 法が使いやすいようで、筆者のこれまでの分析結果では  $n \div 200$  の収束値が得られている。(2)式の t に関する2次導関数

$$\frac{d^2 Y}{dt^2} = Ak^2 n B e^{-kt} (1 - B e^{-kt})^{n-2} (n B e^{-kt} - 1)$$

によって変曲点の座標を求めると  $(\frac{1}{k} \ln |nB|, A(1 - 1/n)^n)$  となる。n を変えながら①を反復する過程で A, k の収束値はほとんど変化しないから、 $nB \div \text{const.}$  であることを利用すれば初期値の与え方が容易となるであろう。n は正値ばかりでなく、絶対値の大きい負値をとりうることもわすれてはならない。

1640 行からのデータ文は、熊本地方スギ林分収穫表(6)の樹高生長を例にとり示したもので、各行はそれぞれデータ数、林齢、平均樹高である。

なお、技術上の注意点として、計算の実行中に  $1 - B e^{-kt}$  が B, k, t の値によって負となることがある。これはパラメータの真値への漸近過程で一時的に B の値が大きくなり、t の小さい資料に対して生じるものと考えられる。計算を繰り返しパラメータの推定精度が向上すれば、この問題は最終的には解決されるので、計算の中断を防ぐためそのような資料は一時除外することにした。その判断は 390, 800,

900行の I F 文で行ない，除外資料が発生した場合はそのつど画面に表示される。

本プログラムは，一部の整数変数以外のすべての変数，配列を倍精度宣言している。これは4元連立方程式を解いてパラメータを微小変化させるというテラー展開法の計算にとって，是非とも必要である。ただし PC-8801 の場合，exp，log などの組み込み関数は Disk-Basic でないと倍精度演算ができないので注意を要する。

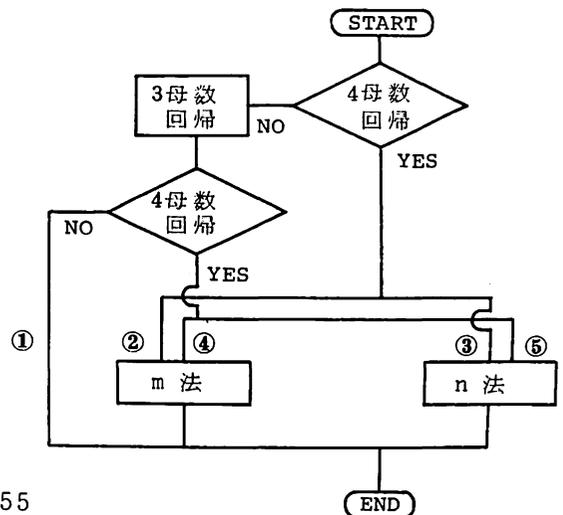
#### 4 おわりに

本プログラム作成上の基本方針は，(1)サブルーチンに単一機能を与え，(2)サブルーチンは一画面の中に収まる長さとし，(3)演算速度向上のため可能な限り複文を多用し，(4)全体の大きな流れをメインプログラムが管理する，の4点である。(3)を除けば，これらの方針はこのプログラムを何らかの形で使おうとするユーザーにとって内容理解の助けとなるであろう。なお同一機種種のユーザーにはカセットテープでの提供もする予定である。

最後に，このプログラム作成のきっかけとなる啓発をしてくださった箕輪光博，内藤健司の両氏に感謝の意を表する。

#### 引用文献

- (1) 森口繁一：応用統計学，克誠堂 6・01-6・30，1949
- (2) 内藤健司・白石則彦：Richards 関数の分類と林分生長曲線への応用，日林誌投稿中
- (3) 大隅真一：88回日林論，109-111，1977
- (4) 大隅真一・石川善朗：京府大演報 24，64-88，1980
- (5) Richards，F. J.：J. Exp. Bot. 10：290-300，1959
- (6) 林野庁：収穫表調製業務研究資料第11号，1955
- (7) 吉田成章：日林誌 61：321-329，1979



10 /  
20 /  
30 /  
40 /  
50 /  
60 /  
70 /

RICHARDS FUNCTION / 77A PROGRAM

Coded by SHIRAISHI NORIHIKO

```
80 DEFDBL A-H,K-Z:Q=.00001
90 WIDTH 80,20:CONSOLE 0,25,0,1
100 DIM S(4,5),A(4,4):GOSUB 180
110 GOSUB 320
120 IF NP=1 THEN GOSUB 370:END
130 IF NP=2 THEN GOSUB 780:GOSUB 1340:END
140 IF NP=3 THEN GOSUB 880:GOSUB 1340:END
150 IF NP=4 THEN GOSUB 370:GOSUB 770:GOSUB 1340:END
160 IF NP=5 THEN GOSUB 370:GOSUB 870:GOSUB 1340:END
170 '----- data read -----
180 READ NN:DIM T(NN),D(NN),ES(NN),ER(NN)
190 FOR I=1 TO NN:READ T(I):NEXT I
200 FOR I=1 TO NN:READ D(I):NEXT I
210 PRINT CHR$(12):LOCATE 20,5:COLOR 4:PRINT 'Choice of Method':COLOR 7
220 C1$='3':C2$='4':C3$='-parameter-Deming':C4$='M-method':C5$='N-method'
230 PRINT:PRINT TAB(22) '1':PRINT C1$ SPC(1) C3$
240 PRINT TAB(22) '2':PRINT C2$ SPC(1) C3$ SPC(1) C4$
250 PRINT TAB(22) '3':PRINT C2$ SPC(1) C3$ SPC(1) C5$
260 LOCATE 30,12:INPUT 'C 1 - 3 J',NP1:IF NP1<1 OR NP1>3 THEN 260
270 IF NP1=1 THEN LOCATE 30,13:INPUT 'C 0, 2 - 3 J',NP2
280 IF NP2=0 OR NP2=2 OR NP2=3 THEN 290 ELSE 270
290 IF NP2<>0 THEN NP2=NP2+1
300 NP=NP1+NP2:RETURN
310 '----- Input Initial Value -----
320 PRINT CHR$(12):IF NP=1 THEN LOCATE 0,0:INPUT 'Initial value input [ m or n
J',MN$:IF MN$='m' OR MN$='n' THEN 330 ELSE 320
330 INPUT 'Initial Value of A = ',A:INPUT 'Initial Value of B = ',B
340 INPUT 'Initial Value of k = ',K:IF (NP=1 AND MN$='n') OR NP=3 OR NP=5 THEN 35
0 ELSE INPUT 'Initial Value of m = ',M:N=1/(1-M):RETURN
350 INPUT 'Initial Value of n = ',N:RETURN
360 '----- 3-parameter-Deming -----
370 NA=0
380 NA=NA+1:E1=0:E2=0:E3=0:E4=0:E5=0:E6=0:E7=0:E8=0:E9=0:NU=0:FOR I=1 TO NN
390 X1=EXP(-K*T(I)):X2=1-B*X1:IF X2<0 THEN 420 ELSE NU=NU+1
400 X3=X2^(N-1):X4=X2^N:X5=D(I)-A*X4:X6=-X4:X7=N*A*X1*X3:X8=-X7*B*T(I)
410 E1=E1+X6*X6:E2=E2+X6*X7:E3=E3+X6*X8:E4=E4+X7*X7:E5=E5+X7*X8:E6=E6+X8*X8:E7=E
7+X6*X5:E8=E8+X7*X5:E9=E9+X8*X5
420 NEXT I
430 BUN=E1+E4+E6+E2+E5+E3+E3+E2+E5-E3+E4+E3-E5+E5+E1-E6+E2+E2
440 AZ=(E7+E4+E6+E8+E5+E3+E9+E2+E5-E9+E4+E3-E5+E5+E7-E6+E8+E2)/BUN
450 BZ=(E1+E8+E6+E2+E9+E3+E3+E7+E5-E3+E8+E3-E9+E5+E1-E6+E2+E7)/BUN
460 KZ=(E1+E4+E9+E2+E5+E7+E3+E2+E8-E3+E4+E7-E5+E8+E1-E9+E2+E2)/BUN
470 A=A-AZ:B=B-BZ:K=K-KZ:GOSUB 510
480 IF ABS(AZ/A)>Q OR ABS(BZ/B)>Q OR ABS(KZ/K)>Q THEN 380 ELSE GOSUB 600
490 RETURN
500 '----- 3-parameter display -----
510 IF ABS(AZ/A)>Q THEN COLOR 5:PRINT TAB(15);PRINT ' A':;COLOR 7:PRINT USING '
##.#####^
##.#####^';AZ,A:GOTO 530
520 PRINT TAB(15);PRINT USING ' A ##.#####^ ##.#####^';AZ,A
530 PRINT TAB(10);PRINT USING '##.#####^';NA;IF ABS(BZ/B)<Q THEN COLOR 5:PRINT ' B
';;COLOR 7:PRINT USING '##.#####^ ##.#####^';BZ,B:GOTO 550
540 PRINT USING 'B ##.#####^ ##.#####^';BZ,B
550 IF ABS(KZ/K)<Q THEN COLOR 5:PRINT TAB(15);PRINT ' k':;COLOR 7:PRINT USING '
##.#####^ ##.#####^';KZ,K:GOTO 570
560 PRINT TAB(15);PRINT USING ' k ##.#####^ ##.#####^';KZ,K
570 IF NUKNN THEN NI=NN-NU:PRINT TAB(60);COLOR 2:PRINT USING 'Unused data ##';
NI:COLOR 7
```

```

580 PRINT :RETURN
590 '----- Fitting -----
600 WIDTH 80,25:PRINT CHR$(12):COLOR 4:PRINT TAB(30) "Parameters":COLOR 7:PRINT
610 PRINT TAB(21)::PRINT USING "A" ###.#####^####;A
620 PRINT TAB(21)::PRINT USING "B" ###.#####^####;B
630 PRINT TAB(21)::PRINT USING "k" ###.#####^####;K
640 IF NP=3 OR NP=5 THEN 660 ELSE IF NP=1 AND MN$="n" THEN 660 ELSE 650
650 PRINT TAB(21)::PRINT USING "m" ###.#####^#### ( fixed );M:GOTO 670
660 PRINT TAB(21)::PRINT USING "n" ###.#####^#### ( fixed );N
670 PRINT:COLOR 4:PRINT TAB(32) "Fitting":COLOR 7:GOSUB 740
680 PRINT TAB(18) "Age" カソクチ ケイサンチ コサリツ(%):GOSUB 740
690 SQ=0:FOR I=1 TO NN:ET=A*(1-B*EXP(-K*T(I)))^N:DF=ET-D(I):ER=DF/D(I)*100
700 PRINT TAB(15)::PRINT USING "###" #####.## ###.## ###.##";T(I),D
(I),ET,ER:SQ=SQ+DF*DF:NEXT I:GOSUB 740
710 PRINT:PRINT TAB(24):::COLOR 6:PRINT USING "サ"ンサ ハイホウ ワ = ###.#####^####;SQ
720 IF INKEY$="" THEN 720 ELSE RETURN
730 '----- Line -----
740 PRINT TAB(15)::FOR I=1 TO 45:PRINT "-";:NEXT I:RETURN
750 LPRINT TAB(15)::FOR I=1 TO 45:LPRINT "-";:NEXT I:RETURN
760 '----- M - method Deming -----
770 PRINT CHR$(12):WIDTH 80,20:PRINT TAB(24):::COLOR 4:PRINT "4 - parameter Demin
g":COLOR 7:PRINT
780 NA=0
790 FOR I=1 TO 4:FOR J=1 TO 5:S(I,J)=0:NEXT J:NEXT I:NU=0:NA=NA+1
900 FOR I=1 TO NN:X1=EXP(-K*T(I)):X2=1-B*X1:IF X2<0 THEN 830 ELSE NU=NU+1
810 X3=X2^(M/(1-M)):X4=X2^(1/(1-M)):X5=D(I)-A*X4
820 X6=-X4:X7=A*X1*X3/(1-M):X8=-X7*T(I)*B:X9=-A*X4*LOG(X2)/(1-M)^2
830 GOSUB 970:NEXT I:GOSUB 1030
840 IF ABS(AZ/A)>Q OR ABS(BZ/B)>Q OR ABS(KZ/K)>Q OR ABS(MZ/M)>Q THEN 790
850 RETURN
860 '----- N - method Deming -----
870 PRINT CHR$(12):WIDTH 80,20:PRINT TAB(24):::COLOR 4:PRINT "4 - parameter Demin
g":COLOR 7:PRINT
880 NA=0
890 FOR I=1 TO 4:FOR J=1 TO 5:S(I,J)=0:NEXT J:NEXT I:NU=0:NA=NA+1
900 FOR I=1 TO NN:X1=EXP(-K*T(I)):X2=1-B*X1:IF X2<0 THEN 930 ELSE NU=NU+1
910 X3=X2^(N-1):X4=X2^N:X5=D(I)-A*X4
920 X6=-X4:X7=A*X1*X3^N:X8=-X7*T(I)*B:X9=-A*X4*LOG(X2)
930 GOSUB 970:NEXT I:GOSUB 1030
940 IF ABS(AZ/A)>Q OR ABS(BZ/B)>Q OR ABS(KZ/K)>Q OR ABS(NZ/N)>Q THEN 890
950 RETURN
960 '----- 4-parameter matrix -----
970 S(1,1)=S(1,1)+X6*X6:S(1,2)=S(1,2)+X6*X7:S(1,3)=S(1,3)+X6*X8
980 S(1,4)=S(1,4)+X6*X9:S(1,5)=S(1,5)+X6*X5:S(2,2)=S(2,2)+X7*X7
990 S(2,3)=S(2,3)+X7*X8:S(2,4)=S(2,4)+X7*X9:S(2,5)=S(2,5)+X7*X5
1000 S(3,3)=S(3,3)+X8*X8:S(3,4)=S(3,4)+X8*X9:S(3,5)=S(3,5)+X8*X5
1010 S(4,4)=S(4,4)+X9*X9:S(4,5)=S(4,5)+X9*X5:RETURN
1020 '----- Sweep out -----
1030 FOR I=1 TO 4:FOR J=1 TO 4:S(J,I)=S(I,J):NEXT J:NEXT I
1040 FOR I=1 TO 4:FOR J=1 TO 4:A(I,J)=S(I,J):NEXT J:NEXT I:GOSUB 1300:DET=P
1050 FOR IR=1 TO 4
1060 FOR I=1 TO 4:FOR J=1 TO 4:A(I,J)=S(I,J):NEXT J:A(I,IR)=S(I,5):NEXT I
1070 GOSUB 1300:DE(IR)=P
1080 NEXT IR
1090 AZ=DE(1)/DET:A=A-AZ:BZ=DE(2)/DET:B=B-BZ:KZ=DE(3)/DET:K=K-KZ
1100 IF NP=3 OR NP=5 THEN 1120
1110 MZ=DE(4)/DET:M=M-MZ:GOSUB 1140:RETURN
1120 NZ=DE(4)/DET:N=N-NZ:GOSUB 1140:RETURN
1130 '----- Parameter display -----
1140 IF ABS(AZ/A)<Q THEN COLOR 5:PRINT TAB(15)::PRINT "A":COLOR 7:PRINT USING
###.#####^#### ###.#####^####;AZ,A:GOTO 1160
1150 PRINT TAB(15)::PRINT USING "A" ###.#####^#### ###.#####^####;AZ,A
1160 PRINT TAB(10)::PRINT USING "###" ###.#####^####;NA:IF ABS(BZ/B)<Q THEN COLOR 5:PRINT "
B":COLOR 7:PRINT USING "###.#####^####" ###.#####^####;BZ,B:GOTO 1180

```

```

1170 PRINT USING "B      ##.#####^"      ##.#####^";BZ,B
1180 IF ABS(KZ/K)<Q THEN COLOR 5:PRINT TAB(15);:PRINT " k";:COLOR 7:PRINT USING
      ##.#####^"      ##.#####^";KZ,K:GOTO 1200
1190 PRINT TAB(15);:PRINT USING " k      ##.#####^"      ##.#####^";KZ,K
1200 IF NP=3 OR NP=5 THEN 1250 ELSE 1210
1210 IF ABS(MZ/M)<Q THEN COLOR 5:PRINT TAB(15);:PRINT " m";:COLOR 7:PRINT USING
      ##.#####^"      ##.#####^";MZ,M:GOTO 1230
1220 PRINT TAB(15);:PRINT USING " m      ##.#####^"      ##.#####^";MZ,M
1230 IF NU<NN THEN NI=NN-NU:PRINT TAB(60);:COLOR 2:PRINT USING "Unused data ##"
      ;NI:COLOR 7
1240 PRINT:RETURN
1250 IF ABS(NZ/N)<Q THEN COLOR 5:PRINT TAB(15);:PRINT " n";:COLOR 7:PRINT USING
      ##.#####^"      ##.#####^";NZ,N:GOTO 1270
1260 PRINT TAB(15);:PRINT USING " n      ##.#####^"      ##.#####^";NZ,N
1270 IF NU<NN THEN NI=NN-NU:PRINT TAB(60);:COLOR 2:PRINT USING "Unused data ##"
      ;NI:COLOR 7
1280 PRINT:RETURN
1290 '----- determinant -----
1300 FOR I1=1 TO 3:FOR I=I1+1 TO 4:S=A(I,I1)/A(I1,I1)
1310 FOR J=1 TO 4:A(I,J)=A(I,J)-S*A(I1,J):NEXT J:NEXT I:NEXT I1
1320 P=1:FOR I=1 TO 4:P=P*A(I,I):NEXT I:RETURN
1330 '----- Fitting -----
1340 WIDTH 80,25:CONSOLE 0,25,0,1:PRINT CHR$(12):COLOR 4:PRINT TAB(30) "Paramete
rs":COLOR 7:PRINT
1350 PRINT TAB(21);:PRINT USING "A      ##.#####^"      ##.#####^";A
1360 PRINT TAB(21);:PRINT USING "B      ##.#####^"      ##.#####^";B
1370 PRINT TAB(21);:PRINT USING "k      ##.#####^"      ##.#####^";K
1380 IF NP=3 OR NP=5 THEN 1400 ELSE N=1/(1-M)
1390 PRINT TAB(21);:PRINT USING "m      ##.#####^"      ##.#####^";M:GOTO 1410
1400 PRINT TAB(21);:PRINT USING "n      ##.#####^"      ##.#####^";N
1410 PRINT:COLOR 4:PRINT TAB(32) "Fitting":COLOR 7:GOSUB 740
1420 PRINT TAB(18) "Age      カソクチ      ケイサンチ      コサリツ(%)":GOSUB 740
1430 SQ=0:FOR I=1 TO NN:ES(I)=A*(1-B*EXP(-K*T(I)))^N
1440 DF=ES(I)-D(I):ER(I)=DF/D(I)*100
1450 PRINT TAB(15);:PRINT USING "      ##      ##      ##      ##      ##";T(I),
D(I),ES(I),ER(I):SQ=SQ+DF*DF:NEXT I:GOSUB 740
1460 PRINT:PRINT TAB(24);:COLOR 6:PRINT USING "サンサ ハイホウ ワ = ##.#####^"      ##.#####^";SQ:CO
LOR 7
1470 INPUT "Printer Output [ y or n ],PL$:IF PL$<>"n" AND PL$<>"y" THEN 1470
1480 IF PL$="y" THEN GOSUB 1510
1490 RETURN
1500 '----- L - Print -----
1510 LPRINT TAB(30) "Parameters":LPRINT
1520 LPRINT TAB(21);:LPRINT USING "A      ##.#####^"      ##.#####^";A
1530 LPRINT TAB(21);:LPRINT USING "B      ##.#####^"      ##.#####^";B
1540 LPRINT TAB(21);:LPRINT USING "k      ##.#####^"      ##.#####^";K
1550 IF NP=3 OR NP=5 THEN 1570
1560 LPRINT TAB(21);:LPRINT USING "m      ##.#####^"      ##.#####^";M:GOTO 1580
1570 LPRINT TAB(21);:LPRINT USING "n      ##.#####^"      ##.#####^";N
1580 LPRINT:LPRINT TAB(32) "Fitting":GOSUB 750
1590 LPRINT TAB(18) "Age      カソクチ      ケイサンチ      コサリツ(%)":GOSUB 750
1600 FOR I=1 TO NN:LPRINT TAB(15);:LPRINT USING "      ##      ##      ##      ##      ##"
      ##.#####^";T(I),D(I),ES(I),ER(I):NEXT I:GOSUB 750
1610 LPRINT:LPRINT TAB(24);:LPRINT USING "サンサ ハイホウ ワ = ##.#####^"      ##.#####^";SQ
1620 RETURN
1630 '----- DATA -----
1640 DATA 14 : 'data / size
1650 DATA 10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140 : 'age
1660 DATA 6.2,10.8,14.9,18.4,21.5,24.3,26.8,29,31,32.8,34.4,36,37.4,38.7 : 'mean
      height

```